
Déplacement d'une structure soumise à l'impact d'un front d'onde

M. Martin Medina¹, S. Abadie¹, C. Mokrani^{1,2}, D. Morichon¹

¹ SIAME EA 4581, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Anglet, France

² Civil Engineering Department, Federico Santa María Technical University, Valparaíso, Chile

RÉSUMÉ. Ce travail porte sur l'étude théorique du déplacement d'une structure soumise à des impacts caractérisés par des signaux variables de pression instantanée et une même valeur d'impulsion de pression. L'impact étudié est celui d'un front d'onde (e.g. front de tsunami, rupture de barrage, etc.). Dans cet article, on étudie le cas idéal de l'impact d'une masse d'eau dont la surface libre rectiligne présente un angle donné avec l'horizontale (i.e., cas du jet triangulaire). L'impulsion de pression est calculée à partir des lois semi-empiriques qui permettent de définir le champ de pression généré par l'impact d'un jet triangulaire. Ces lois semi-empiriques ont elle même été obtenues à partir des simulations numériques avec le code Thetis. Finalement, la force exercée par l'impact et le déplacement final du caisson sont calculés en fonction de l'angle d'inclinaison de l'interface.

ABSTRACT. This work study the response of a structure to impacts characterized by different instantaneous pressure signals and the same pressure impulse value. In this article we study the ideal case of a bore impact on a caisson breakwater whose free surface has an angle with the horizontal (i.e., the triangular jet). The pressure impulse is calculated from semi-empirical laws that define the pressure field generated by the impact of a triangular jet. These semi-empirical laws are obtained through numerical simulations with Thetis. Finally, the force applied by the impact and the final displacement of the caisson are calculated for the impact of a triangular jet depending on the interface inclination.

MOTS-CLÉS : Impact, Front d'onde, Impulsion de pression, Pression instantanée, Déplacement, Caisson de digue

KEYWORDS: Impact, Bore, Pressure Impulse, Instantaneous pressure, Displacement, Breakwater caisson

1. Introduction

Nous étudions l'impact d'un front d'onde sur une structure côtière. Le front d'onde considéré est un ressaut propagatif turbulent (figure 1). Il est caractérisé par une vitesse et hauteur constante et une inclinaison de l'interface α qui peut varier. Nous nous intéressons à l'influence de α sur les sollicitations sur le solide.

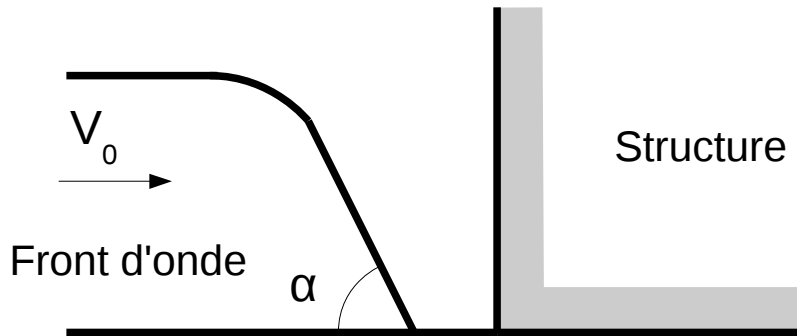


Figure 1 – Schéma du cas étudié.

Un front d'onde qui impacte un solide rigide produit des pressions importantes qui se propagent du bas vers le haut du solide avec le déplacement de la surface libre. Cet impact génère des pressions instantanées caractérisées par un fort pic de pression et une durée très courte. La mesure de ce phénomène est complexe. Ainsi des valeurs de pics de pression différentes sont obtenues pour des impacts qui semblent quasi identiques. Il est démontré dans [KIR 95] que cette variabilité de la pression instantanée est due aux variations locales de l'interface du fluide. Des simulations numériques montrent aussi des difficultés pour modéliser la pression instantanée. [MOK 12] évoque qu'en diminuant le pas d'espace d'un modèle numérique réalisé avec le code Thetis (modèle Navier-Stokes incompressible diphasique), une zone de divergence apparaît dans la partie impactée par un front où la prédiction de la pression devient impossible. Cette divergence est due aux variations dans l'interface du fluide induites par la réduction de la taille de mailles.

Afin d'estimer les efforts générés en évitant les variations dues à la forme de l'interface, un modèle a été créé par [LAM 32] et adapté ultérieurement par [COO 95] qui utilise l'impulsion de pression définie mathématiquement par :

$$\Pi(z) = \int_{t_a}^{t_b} P(z, t) dt \quad [1]$$

t_a et t_b sont les instants immédiatement avant et après l'impact, $\Delta t = t_b - t_a$ définissant la durée totale de l'impact. Des études, expérimentales et numériques, réalisées sur l'impulsion de pression montrent que cette grandeur permet de caractériser l'intensité de l'impact sans reproduire la dynamique exacte du champ de pression. L'impulsion de pression semble notamment plus facile à mesurer selon les expériences étudiées dans [LUG 06], et plus stable à modéliser que la pression instantanée. Au delà, pour les mêmes caractéristiques d'impact, l'impulsion de pression semble varier très peu pour des angles aussi différents. Ainsi, dans l'étude numérique réalisée dans [MOK 12] sur l'impact d'un jet triangulaire (voir schéma du cas dans la figure 3(a)), l'intensité des pics de pression, représentée dans la figure 2(a), varie significativement en fonction de l'inclinaison de l'interface du jet. En revanche, l'impulsion de pression calculée à partir de ces distributions de pression semble rester plus stable et avoir un comportement à peu près constant pour certains angles d'inclinaison (figure 2(b)).

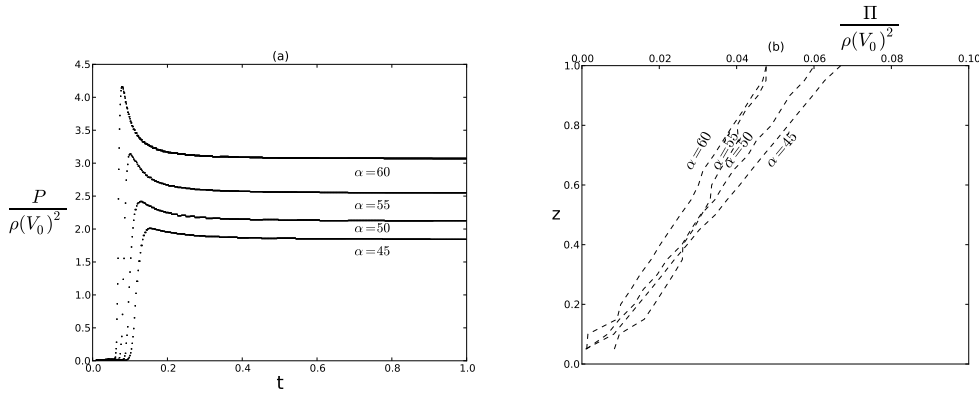


Figure 2 – Cas de l'impact d'un jet triangulaire ([MOK 12]) - (a) : Distribution de pression pour différents angles d'inclinaison de l'interface à $z = 1m$ - (b) : Impulsion de pression en fonction de l'angle d'inclinaison et de la hauteur z .

La question qui se pose donc ici est la suivante : d'un point de vue des sollicitations sur une structure, est-il nécessaire ou non de résoudre la dynamique fine de l'impact ? ou bien l'impulsion de pression qui est beaucoup plus stable et simple à prédire suffit-elle à prévoir le comportement d'une structure ? Nous allons dans cet article aborder le cas simple du déplacement d'une structure rigide. L'idée est de la soumettre à des impacts différents en terme de dynamique temporelle mais identique en terme d'impulsion de pression et d'examiner la réponse en déplacement de la structure.

2. Étude numérique et théorique

Dans un premier temps, une étude numérique de l'évolution de la pression instantanée et de l'impulsion de pression sur l'impact d'un jet triangulaire est présentée. Ensuite, l'objectif est de caractériser le champs de pression produit par l'impact d'un jet triangulaire en considérant les changements de l'interface au moment de l'impact. Cette caractérisation nous permet de déduire analytiquement l'impulsion de pression pour l'impact d'un jet triangulaire. Finalement, le possible déplacement analytique a été calculé pour un caisson d'une digue côtière.

2.1. Caractérisation de l'impact d'un jet triangulaire

Dans cette partie, la relation entre l'inclinaison de l'interface locale et la dynamique de l'impact sont étudiées à partir des résultats numériques de [MOK 12]. Ces résultats ont permis de développer un modèle qui estime de manière semi-empirique l'intensité des pics de pression en prenant en compte les changements de l'interface du jet triangulaire. Ce jet triangulaire se déplace à une vitesse horizontale constante V_0 . L'inclinaison de l'interface par rapport à la limite horizontale est définie par l'angle α . Les caractéristiques principales du jet triangulaire sont exprimées sur la figure 3(a). Les dimensions du domaine sont considérées infinies.

Dans [MOK 12], on passe du problème réel au problème auto-similaire, considérant ainsi que la distribution de pression a une intensité et une vitesse de propagation constante. Pour caractériser l'impact dans le plan auto-similaire, on étudie les profils de F (variation de la vitesse vertical) et G (pression sur l'obstacle) dans la distribution de pression présentée ultérieurement. Les variables réduites η et ζ sont définies par :

$$\zeta = \frac{x}{V_0 t} \quad \eta = \frac{z}{V_0 t} \quad [2]$$

On pose également :

$$P(x, z, t) = \rho V_0^2 . g(\zeta, \eta) \quad u(x, z, t) = V_0 . h(\zeta, \eta) \quad v(x, z, t) = V_0 . f(\zeta, \eta) \quad [3]$$

$$G(\eta) = g(0, \eta) \quad F(\eta) = f(0, \eta) \quad [4]$$

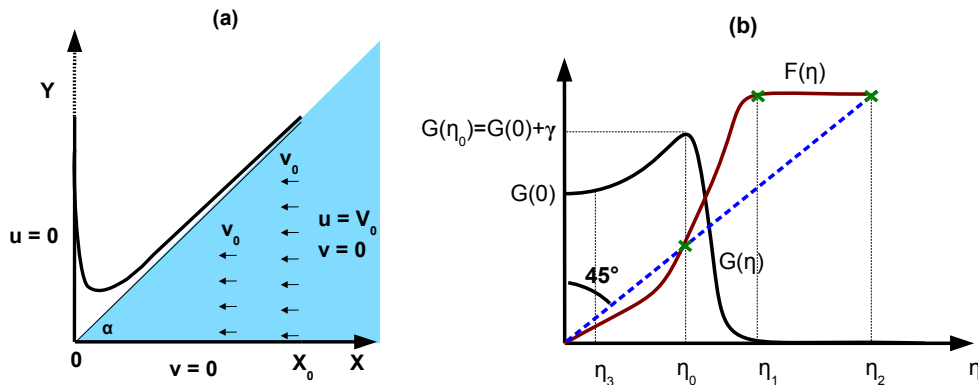


Figure 3 – (a) : Définition du problème théorique - Impact d'un jet triangulaire dans un domaine de longueur infinie - (b) : Définition des positions η_0 , η_1 , η_2 et η_3 sur les profils F et G dans le plan auto-similaire.

Le pic de pression peut être caractérisé par quatre points dans le plan autosimilaire (figure 3(b)). La coordonnée du pic est associée à η_0 , la coordonnée à laquelle la pression devient nulle à η_1 , la coordonnée du point triple (point appartenant à la fois à l'interface eau/air et à l'obstacle) à η_2 , et la coordonnée du point d'arrêt où la pression devient constante ($G(0)$) après l'impact à η_3 .

Deux relations sont données dans [MOK 12] pour connaître la distribution de pression de l'impact. Ces relations ont été déduites des simulations numériques avec le code Thetis. La première relation permet d'obtenir les vitesses horizontales en $\eta = 0$. Cette relation ne donne pas les pics de pression directement, en revanche elle donne l'intensité des pics relativement à la pression au point d'arrêt ($G(\eta_0) - G(0)$). En notant γ cette variable (voir figure 3(b) pour la définition de γ), cette relation s'écrit :

$$\gamma = 0.0109t^4 + 0.0576t^3 + 0.257t^2 + 0.584t - 0.740 \quad t = \tan(\alpha) \quad [5]$$

La deuxième relation suppose de connaître les coordonnées η_0 , η_1 et η_2 , calculées grâce à la méthode de moindres carrés. Les lois correspondantes et les résidus obtenus sont exprimées ci-dessous :

$$\eta_0 = -0.007t^2 + 1.99t - \tan(40.7^\circ) \quad Res = 0.054 \quad [6]$$

$$\eta_1 = 0.08t^2 + 1.57t + 0.21 \quad Res = 0.024 \quad [7]$$

$$\eta_2 = 0.21t^2 + 2.3t + 0.95 \quad Res = 0.0062 \quad [8]$$

A partir de ces relations, il est possible d'estimer l'intensité du pic de pression pour $\alpha \in [0^\circ, 80^\circ]$:

$$G(\eta_0) = 0.0145t^4 + 0.100t^3 + 0.317t^2 + 0.782t + 0.675 \quad [9]$$

Ce modèle a été validé pour des angles compris entre 10° et 60° . Les résultats de calculs préliminaires ont montré qu'un pic de pression apparaît lorsque $\alpha > 40.7^\circ$.

La coordonnée η_3 où la pression devient constante après l'impact n'a pas été étudiée spécifiquement dans [MOK 12]. Elle sera estimée directement à partir des résultats des simulations numériques pour les quatre angles étudiés (tableau 1).

α ($^\circ$)	45	50	55	60
η_3	1.05	1.2	1.42	1.6

Tableau 1 – Valeurs de η_3 selon l'inclinaison de l'interface du jet triangulaire

2.2. Estimation des signaux de pression à partir des lois semi-empiriques

L'évolution du signal de pression au point $z = 1m$ est déterminée pour chaque angle de jet à partir des solutions discrètes en réalisant une approximation basée sur deux fonctions cubiques. (figure 4(a) et figure 4(b)). Les paramètres de ces fonctions cubiques sont déduits grâce à l'estimation des coordonnées η_0 , η_1 et η_3 , et les valeurs de pression $G(\eta_0)$ et $G(0)$.

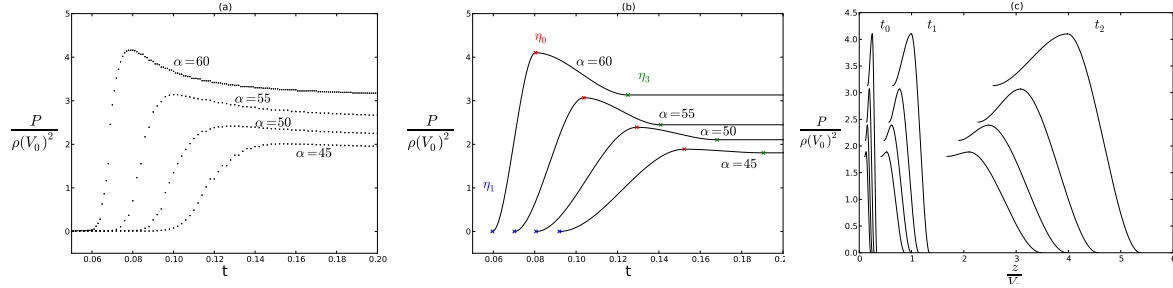


Figure 4 – Cas de l'impact d'un jet triangulaire - (a) : Distribution de pression en $z = 1m$ obtenue des résultats numériques avec Thetis - (b) : Approche de la distribution de pression en $z = 1m$ avec deux fonctions cubiques. (c) : Évolution des signaux pression en fonction de z calculés théoriquement pour les $\alpha = 45, 50, 55$ et 60°

$$P_1(\alpha, z, t) = a_1(\alpha, z)t^3 + b_1(\alpha, z)t^2 + c_1(\alpha, z)t + d_1(\alpha, z) \quad \text{pour} \quad \frac{z}{V_0\eta_1} \leq t \leq \frac{z}{V_0\eta_0} \quad [10]$$

$$P_2(\alpha, z, t) = a_2(\alpha, z)t^3 + b_2(\alpha, z)t^2 + c_2(\alpha, z)t + d_2(\alpha, z) \quad \text{pour} \quad \frac{z}{V_0\eta_0} \leq t \leq \frac{z}{V_0\eta_3} \quad [11]$$

$$P_3(\alpha, z, t) = \rho V_0^2 G(0)t \quad \text{pour} \quad t > \frac{z}{V_0\eta_3} \quad [12]$$

Ces trois expressions permettent de calculer la valeur de la pression instantanée en fonction du temps ([10], [11] et [12]) ou en fonction de l'espace ([13], [14] et [15]) en faisant un changement de variable. Dans la figure 4(c), des signaux de pression en fonction de z sont représentés pour plusieurs angles d'inclinaison ($\alpha = 45, 50, 55$ et 60°) et à trois instants : t_0 , t_1 et t_2 . Cette figure permet d'observer l'évolution des pics de pression durant l'impact au long de la structure.

$$P_{z1}(\alpha, z, t) = a_{z1}(\alpha, t)z^3 + b_{z1}(\alpha, t)z^2 + c_{z1}(\alpha, t)z + d_{z1}(\alpha, t) \quad \text{pour} \quad V_0\eta_0 t \leq z \leq V_0\eta_1 t \quad [13]$$

$$P_{z2}(\alpha, z, t) = a_{z2}(\alpha, t)z^3 + b_{z2}(\alpha, t)z^2 + c_{z2}(\alpha, t)z + d_{z2}(\alpha, t) \quad \text{pour} \quad V_0\eta_3 t \leq z \leq V_0\eta_0 t \quad [14]$$

$$P_{z3}(\alpha, z, t) = \rho V_0^2 G(0)z \quad \text{pour} \quad z < V_0\eta_3 t \quad [15]$$

2.2.1. Impulsion de pression due à l'impact d'un jet triangulaire

Afin de calculer cette grandeur, la durée de l'impact $[t_b - t_a]$ doit être d'abord estimée. Nous considérons que l'impact commence à l'instant où l'interface entre en contact avec le point z où l'impulsion de pression est calculée (t_a) et il fini quand le pic de pression est atteint (t_b). Les temps qui délimitent l'impact en un point z peuvent aussi être écrits de la manière suivante :

$$t_a = \frac{z}{V_0\eta_1(\alpha)} \quad t_b = \frac{z}{V_0\eta_0(\alpha)} \quad [16]$$

L'impulsion de pression en tous points est donc définie par :

$$\begin{aligned} \Pi(z, \alpha) &= \int_{t_a}^{t_b} P_1(\alpha, z, t) dt = \left[\frac{a_1(\alpha, z)t^4}{4} + \frac{b_1(\alpha, z)t^3}{3} + \frac{c_1(\alpha, z)t^2}{2} + d_1(\alpha, z)t \right]_{t_a}^{t_b} = \\ &= a_1(\alpha, z) \frac{z^4}{4V_0^4} \left(\frac{1}{\eta_0^4} - \frac{1}{\eta_1^4} \right) + b_1(\alpha, z) \frac{z^3}{3V_0^3} \left(\frac{1}{\eta_0^3} - \frac{1}{\eta_1^3} \right) + c_1(\alpha, z) \frac{z^2}{2V_0^2} \left(\frac{1}{\eta_0^2} - \frac{1}{\eta_1^2} \right) + d_1(\alpha, z) \frac{z}{V_0} \left(\frac{1}{\eta_0} - \frac{1}{\eta_1} \right) \end{aligned} \quad [17]$$

Cette expression de l'impulsion de pression dépend de la vitesse du front d'onde, de la densité du fluide, de l'intensité du pic de pression estimé, de l'angle d'inclinaison du jet, de la hauteur dans la structure et des coordonnées $\eta_1(\alpha)$ et $\eta_0(\alpha)$ qui caractérisent les pics de pression.

La figure 5(a) montre l'évolution de l'impulsion de pression en fonction de la hauteur z . L'impulsion de pression des simulations numériques semble avoir un comportement stable et quasi-constant pour les angles d'inclinaison $\alpha = 45, 50, 55$ et 60° . Ce comportement constant est plus marqué pour les valeurs de $z < 0.5 m$. En revanche, il existe des différences entre les résultats théoriques obtenus à partir des lois semi-empiriques et les résultats obtenus avec les simulations numériques. Le comportement constant de l'impulsion de pression obtenue des simulations numériques n'est plus visible dans le calcul théorique de l'impulsion de pression. En conséquence, ces lois semi-empiriques devraient être améliorées afin de mieux reproduire le changement de pression dû à l'impact d'un jet triangulaire.

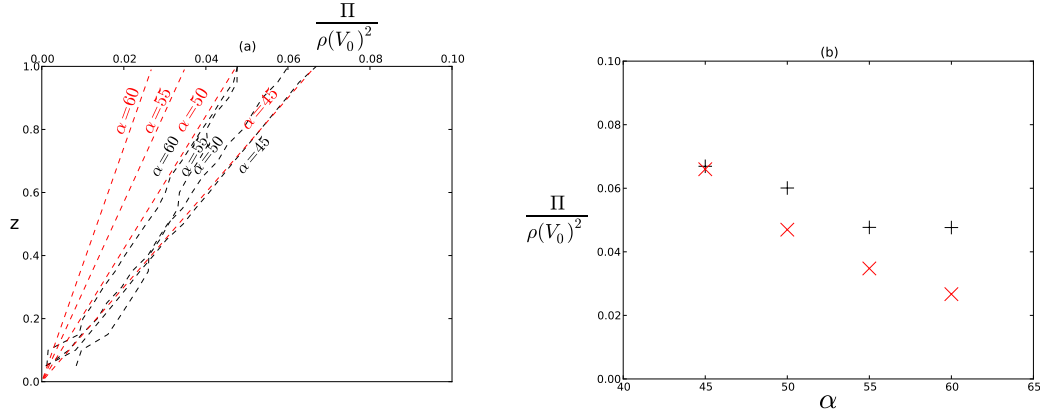


Figure 5 – (a) : Impulsion de pression calculée à partir des fonctions cubiques (---) et des simulations numériques (-) en fonction de z pour les angles $\alpha = 45, 50, 55$ et 60° - (b) : Impulsion de pression calculée à partir des fonctions cubiques (x) et des simulations numériques (+) en $z = 1m$.

3. Déplacement d'un caisson d'une digue due à l'impact d'un jet triangulaire

Les forces qui sont transmises à un caisson de hauteur et largeur égales à h sous l'effet de l'impact du jet triangulaire sont représentées dans la figure 6. Ces forces agissent sur la structure jusqu'à ce que la surface libre du jet triangulaire ait atteint la hauteur h et s'écrivent :

$$F_1(\alpha, t) = \int_{V_0\eta_0 t}^{V_0\eta_1 t} P_{z1}(\alpha, z, t) dz = \left[\frac{a_{z1}(\alpha, t)z^4}{4} + \frac{b_{z1}(\alpha, t)z^3}{3} + \frac{c_{z1}(\alpha, t)z^2}{2} + d_{z1}(\alpha, t)z \right]_{V_0\eta_0 t}^{V_0\eta_1 t} =$$

$$= \frac{a_{z1}(\alpha, t)V_0^4 t^4}{4} (\eta_1^4 - \eta_0^4) + \frac{b_{z1}(\alpha, t)V_0^3 t^3}{3} (\eta_1^3 - \eta_0^3) + \frac{c_{z1}(\alpha, t)V_0^2 t^2}{2} (\eta_1^2 - \eta_0^2) + d_{z1}(\alpha, t)V_0 t (\eta_1 - \eta_0) \quad [18]$$

$$F_2(\alpha, t) = \int_{V_0\eta_3 t}^{V_0\eta_0 t} P_{z2}(\alpha, z, t) dz = \left[\frac{a_{z2}(\alpha, t)z^4}{4} + \frac{b_{z2}(\alpha, t)z^3}{3} + \frac{c_{z2}(\alpha, t)z^2}{2} + d_{z2}(\alpha, t)z \right]_{V_0\eta_3 t}^{V_0\eta_0 t} =$$

$$= \frac{a_{z2}(\alpha, t)V_0^4 t^4}{4} (\eta_0^4 - \eta_3^4) + \frac{b_{z2}(\alpha, t)V_0^3 t^3}{3} (\eta_0^3 - \eta_3^3) + \frac{c_{z2}(\alpha, t)V_0^2 t^2}{2} (\eta_0^2 - \eta_3^2) + d_{z2}(\alpha, t)V_0 t (\eta_0 - \eta_3) \quad [19]$$

pour la partie liée à l'impact,

$$F_3(\alpha, t) = \int_0^{V_0\eta_3 t} P_{z3}(\alpha, z, t) dz = \rho V_0^3 G(0) \eta_3 t \quad [20]$$

pour la partie constante suivant l'impact.

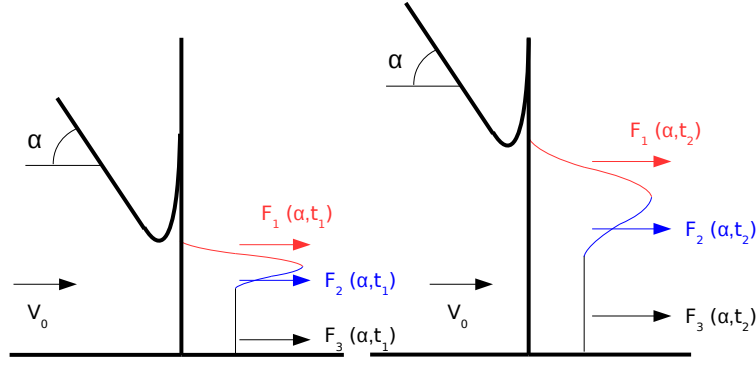


Figure 6 – Signal de pression et résultantes produites par l'impact d'un jet triangulaire sur un caisson en deux instants : t_1 et t_2 .

Le problème se caractérise par un pic de pression (ainsi qu'une partie constante qui suit) plus intense mais aussi plus rapide pour des α tendant vers 90° . A l'inverse le pic est plus faible mais aussi plus lent lorsque α est plus faible. En terme de résultante et de déplacement, l'ensemble peut se compenser et c'est ce que nous allons montrer dans ce qui suit.

Il est possible d'estimer le déplacement d'un caisson soumis à ce type d'impact et placé sur un sol parfaitement glissant en écrivant la relation fondamentale de la dynamique du caisson à partir de ces forces calculées :

$$m \ddot{x} = F_1(\alpha, t) + F_2(\alpha, t) + F_3(\alpha, t) = \rho V_0^3 \mu_1(\alpha) t + \rho V_0^3 \mu_2(\alpha) t + \rho V_0^3 G(0) \eta_0(\alpha) t \quad [21]$$

Les paramètres $\mu_1(\alpha)$ et $\mu_2(\alpha)$ incluent la partie dépendante de α dans le calcul des forces $F_1(\alpha, t)$ et $F_2(\alpha, t)$ respectivement. Nous intégrons deux fois cette expression pour en déduire le déplacement en fonction des caractéristiques du fluide et de la structure (V_0 , ρ , h et m) et des caractéristiques de l'impact ($G(\eta_0(\alpha))$, $G(0)$, $\mu_1(\alpha)$ et $\mu_2(\alpha)$) :

$$x(t) = \frac{\rho V_0^3}{6m} (\mu_1(\alpha) + \mu_2(\alpha) + G(0) \eta_0(\alpha)) t^3 \quad [22]$$

En introduisant la durée totale de l'impact t_i , on obtient le déplacement final du caisson :

$$t_i = \frac{h}{V_0 \eta_3(\alpha)} \quad [23]$$

$$d = x(t_i) = \frac{\rho h^3}{m} \frac{1}{6(\eta_3(\alpha))^3} (\mu_1(\alpha) + \mu_2(\alpha) + G(0) \eta_0(\alpha)) \quad [24]$$

Le déplacement du caisson à cause de l'impact d'un jet triangulaire est calculé pendant que les forces liées à l'impact sont transmises à la structure et il est considéré fini quand la pression devient constante sur le caisson. Ce déplacement est représenté dans les figures 7(a) en fonction de l'angle d'inclinaison de l'interface. Le déplacement final reste très similaire pour des angles d'inclinaison du jet de 45° , 50° , 55° et 60° . Ce comportement constant est aussi visible dans la figure 7(b), en représentant le déplacement final jusqu'à ce que l'interface du jet triangulaire ait atteint la partie supérieure du caisson.

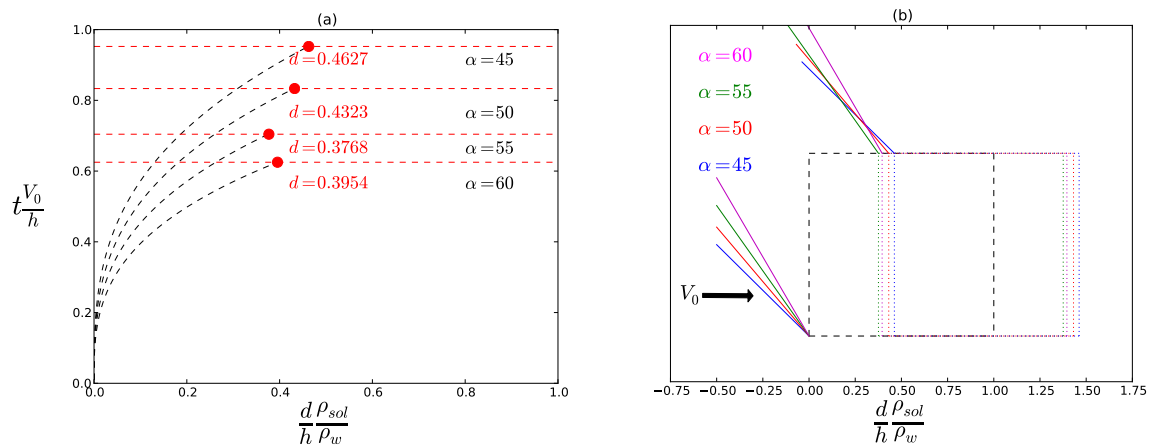


Figure 7 – Déplacement d'un caisson de hauteur h - (a) : Évolution du déplacement en fonction du temps - (b) : Déplacement d'un caisson de hauteur et largeur égales à h pour des angles de l'interface de $\alpha = 45, 50, 55$ et 60°

4. Conclusions

L'impact d'un front d'onde est caractérisé pour des signaux variables de pression instantanée. En revanche, l'impulsion de pression calculée à partir des résultats numériques semble rester stable pour plusieurs angles de l'interface. Les lois semi-empiriques de l'intensité et la vitesse du pic de pression permettent de réaliser une estimation des signaux de pression avec deux fonctions cubiques. L'impulsion de pression, calculée à partir de cette estimation, présente des différences très marquées. Cette impulsion de pression est fortement liée aux valeurs estimées de l'intensité et de la vitesse des pics de pression à partir des lois semi-empiriques. Finalement, le résultat le plus intéressant de ce travail est que le déplacement dû à l'impact d'un front d'onde semble rester constant et indépendant de l'angle d'inclinaison de l'interface. Il faut néanmoins rester prudent. Ces lois semi-empiriques peuvent certainement être améliorées afin de mieux reproduire le champ de pression et ce résultat préliminaire nécessite encore des vérifications.

Remerciements

Ce travail a été cofinancé par le Programme Investissements d'Avenir « Recherches en matière de Sécurité Nucléaire et Radioprotection » (projet TANDEM) et le projet Européen FP7 ASTARTE (Grant n°603839).

5. Bibliographie

- [BAT 00] BATCHELOR G. K., *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge university press, 2000.
- [CHA 94] CHAN E.-S., « Mechanics of deep water plunging-wave impacts on vertical structures », *Coastal Engineering*, vol. 22, n° 1-2, p. 115–133, 1994.
- [COO 95] COOKER M., PEREGRINE D., « Pressure-impulse theory for liquid impact problems », *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 297, p. 193–214, 1995.
- [KIR 95] KIRKGOZ M., « Breaking wave impact on vertical and sloping coastal structures », *Ocean Engineering*, vol. 22, n° 1, p. 35–48, 1995.
- [LAM 32] LAMB H., « Hydrodynamics Cambridge University Press », *Cambridge, UK*, 1932.
- [LUG 06] LUGNI C., BROCCINI M., FALTINSEN O., « Wave impact loads : The role of the flip-through », *Physics of Fluids*, vol. 18, n° 12, 2006.
- [MOK 12] MOKRANI C., Impacts de vagues déferlantes sur un obstacle vertical. Modèle théorique et calcul numérique des pics de pression, PhD thesis, Pau, 2012.