Étude du comportement endommageable avec friction d'un joint fissuré recimenté.

Olivier NOUAILLETAS¹, Vincent LEFORT¹, Gilles PIJAUDIER-CABOT¹, David GREGOIRE¹

¹ Laboratoire des Fluides Complexes et leurs Réservoirs (LFC-R), Université de Pau et des Pays de

l'Adour (UPPA), Campus de Montaury, 64600 Anglet.

olivier .nouailletas@univ-pau.fr

RÉSUMÉ. La modélisation du comportement d'un joint est le sujet de nombreuses études ayant pour application principale la stabilité de la structure (ou infrastructure) qu'elle traverse. Ici, seul les joint fissuré recimenté sont considérés (deux matériaux) Le modèle présenté dans ces travaux est un couplage entre une loi d'endommagement anisotrope et le critère de friction type Coulomb. L'influence de l'endommagement sur le critère est réalisée en définissant la cohésion du joint comme une fonction de l'endommagement. Les déformations plastiques calculées par le critère agissent directement sur l'enclenchement de l'endommagement. En plus des paramètres habituels liés aux deux lois de comportements, il est nécessaire de définir une cohésion résiduelle et le pourcentage de déformations plastiques participant à l'endommagement. Les calculs sont menés en contraintes planes sous le code OOFEM. Afin de valider l'approche numérique, un essai de cisaillement indirect est réalisé expérimentalement. Les résultats de la simulation représentent correctement le comportement le

ABSTRACT. Modelling behaviour of a joint is the topic of many studies. The main application of the researches are the stability of the structure (or infrastructure) that the joint crosses. Only cohesive joints are considered in this study (two materials). The model presented here is a coupling between an anisotropic damage law and the Coulomb criterion. The influence of damage on the criterion is performed by defining the joint cohesion as a function of the damage. Plastic deformations calculated by the criterion involve directly on the damage activation. Besides the usual parameters related to the two behaviour laws, it is necessary to define the residual cohesion of the discontinuity and the percentage of plastic deformation involved in the damage. Computations are realised with OOFEM code. To validate the digital approach, an indirect shear test is developed on the laboratory. The results of the simulation correctly represent the behaviour observed experimentally.

MOTS-CLÉS : Endommagement, Cisaillement, Lattice, Joint, Expérimental, Numérique.

KEY WORDS: Damage, Shearing, Lattice, Joint, Experimental, Modelling.

1. Introduction

Le comportement d'un joint dans un géomatériau est une thématique qui concerne de nombreux problèmes de stabilité issus de divers domaines (génie civil, génie pétrolier, génie minier ...). Suivant l'échelle d'étude, le joint prendra le nom de fissure (micromètre-millimètre-mètre) ou de faille (kilomètre). De plus, il peut être rempli d'un second matériau appelé gauge. Quelque soit le contexte, la compréhension de son comportement est primordiale, car c'est lui qui gouverne le comportement global de la structure (ou infrastructure) qui l'entoure et donc sa stabilité. Cette compréhension passe par une description pertinente des mécanismes mis en jeu lors de sa sollicitation mécanique. D'un point de vue expérimental, l'essai de cisaillement direct [BAR 76] ou indirect [KUN 92] et l'essai d'ouverture/fermeture cvclique de joint [BAN 83] sont les essais de géomécanique classiques pour étudier le comportement du joint à l'échelle du laboratoire. Plusieurs formules empiriques, énumérées dans [NOU 13], découlent de ces investigations, cependant elles sont souvent issues de joints non-cohésifs (sans résistance à la traction) et font appel à la rugosité des lèvres du joint. Cette caractéristique géométrique est cependant difficile à obtenir pour de grandes échelles et n'existe pas pour les joints cohésifs (possédant une résistance en traction et un second matériau de remplissage). D'un point vue numérique, de nombreux travaux s'intéressent à ce sujet. Plusieurs approches existent pour modéliser le comportement mécanique d'un joint : continue (méthodes éléments finis, des volumes finis, des éléments frontières), discontinue (méthode des éléments discrets ou méthode des réseaux de fracture) ou encore un couplage continue/discontinue. Les différentes applications de ces méthodes sont exposées dans [JIN 03].

La méthode présentée ici est une approche discrète basée sur un modèle numérique de type lattice. Cette approche est déjà utilisée pour modéliser la fissuration dans un matériau quasi-fragile tel que le béton ([GRE 13] et [GRE 15]). Ici, le comportement mécanique du joint fissuré recimenté suit une loi d'endommagement couplé à un critère de friction type Coulomb. La phase élastique est pilotée par la rigidité du matériau (K) et son coefficient de Poisson (γ). Le seuil de friction est régi par le critère de Coulomb dont les paramètres sont : l'angle de frottement interne du matériau (φ), sa cohésion (c) et son angle de dilatance (μ). L'endommagement est directionnel gouverné par le seuil d'endommagement (κ_0) et une énergie de fissuration (G_f). Un couplage entre les variables d'endommagement et le critère est pris en compte. Parallèlement à cette étude numérique, une campagne d'essai de cisaillement indirect a été réalisée afin de valider le modèle.

La première partie de cet article porte sur le présentation du couplage entre un modèle d'endommagement anisotrope et le critère de Coulomb. La validation expérimentale du modèle est réalisée dans la seconde partie.

2. Modèle endommageable cisaillant

2.1. Approche macroscopique de l'endommagement

Le modèle d'endommagement présenté se base sur des éléments discrets de type lattice [GRA 10] implémentés dans le code OOFEM [PAT 12]. Les nœuds des lattices sont repartis aléatoirement dans le domaine avec une distance minimum, d_{min} . Une triangularisation de Delaunay est réalisée, les côtés des triangles ainsi formés sont les éléments de type poutres constituant le lattice. Leur épaisseur, notée ℓ , est représentée par le côté du polygone issu de la tesselation de Voronoi les traversant (Figure 1a).



Figure 1: (*a*) Maillage d'élément lattice (ligne) et de leur section (pointillé) obtenu de la tesselation de Voronoi du domaine. (*b*) et (*c*) Élément lattice dans le repère global (d'après [GRA 10]).

Chaque nœud possède trois degrés de liberté : deux translations (u, v) et une rotation (φ) . Dans le système global, la relation liant les degrés de liberté des nœuds 1 et 2 de l'élément, noté $\mathbf{u}_e = (u_1, v_1, \varphi_1, u_2, v_2, \varphi_2)^T$, au déplacement du point C, noté $\mathbf{u}_e = (u_e, v_e, \varphi_e)^T$, dans le repère local de l'élément (Figure 1b) est : $\mathbf{u}_e = \mathbf{B}\mathbf{u}_e$. La matrice **B** dépend donc de l'orientation de l'élément dans le repère global. Le point C est le centre de la section du lattice (Figure 1c). La distance entre ce point et l'élément est notée *e*, elle est positive si C est à droite de l'élément. La longueur de l'élément, notée *h*, est la distance entre le point 1 et 2. Sa section, noté *A*, est égale au produit l**t* où l, est l'épaisseur du lattice et *t* est sa profondeur. Le moment d'inertie de l'élément est $I = l, {}^{3*}t/12$. Des détails sont disponibles dans [GRA 12].

La déformation du lattice liée au déplacement du point C est égale à : $\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{u}_c/h = (\varepsilon_n, \varepsilon_t, \varepsilon_{\phi})^T$. Cette déformation est reliée à la contrainte dans le lattice noté $\mathbf{\sigma} = (\sigma_n, \sigma_t, \sigma_{\phi})^T$ par le modèle d'endommagement anisotrope. Les indices n, t et ϕ sont les composantes normales, tangentielles et rotationnelles du vecteur de déformation ($\mathbf{\varepsilon}$) et du vecteur de contrainte ($\mathbf{\sigma}$). La matrice de rigidité de l'élément est donc de la forme : $\mathbf{K} = A/h \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B}$ où D est la matrice de rigidité du matériau.

Un modèle d'endommagement anisotrope est utilisé pour modéliser la réponse du matériau. La relation contrainte/déformation est donnée par la loi suivante :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{\sigma}_n \\ \mathbf{\sigma}_t \\ \mathbf{\sigma}_{\phi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (1-d)E_n & 0 & 0 \\ 0 & \gamma E_n & 0 \\ 0 & 0 & E_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{\varepsilon}_n \\ \mathbf{\varepsilon}_t \\ \mathbf{\varepsilon}_{\phi} \end{pmatrix}$$
[1]

Avec : d : Variable d'endommagement (-) ; E_n : Module d'Young normal (Pa) ; γ : Paramètre du modèle (-).

La variable d'endommagement, notée *d*, est initialement égale à 0, et elle croit vers 1 lorsque la déformation élastique normale positive, $(\epsilon^{\epsilon las_n})^+$, est supérieure au seuil d'endommagement ϵ_0 . La fonction seuil f_d suivante, active (ou pas) l'endommagement :

$$f_d = (\varepsilon_n^{elas.})^* - max(\kappa, \varepsilon_0) \qquad si \ f_d \le 0: Comportement \ élastique$$
[2]

Avec κ : Déformation normale élastique maximale atteinte.

L'expression de la variable d'endommagement, notée *d*, est issue de son comportement en traction pure. Une fois la contrainte normale maximale atteinte, la contrainte décroît de manière exponentielle [3] :

$$\sigma_n = f_t \exp\left(\frac{dh(\varepsilon_n^{elas.})^*}{w_f}\right)$$
[3]

Avec : $f_t = E_n \varepsilon_0$: Contrainte à la rupture en traction du lattice (Pa) ; w_f : Pente initiale de la courbe exponentielle gouvernant la chute de contrainte dans le lattice (m). Elle peut être reliée à l'énergie de fissuration, G_f , du matériau à la macro-échelle : $G_f = f_t w_f$.

La loi de comportement pour cette sollicitation s'écrit directement en fonction de l'endommagement :

$$\sigma_n = (1 - d) E_n (\varepsilon_n^{\text{elas.}})^+$$
[4]

L'égalité [5] obtenue par les formules [3] et [4] permet de déterminer la valeur de la variable d'endommagement par l'application d'un schéma de Newton-Raphson :

$$(1-d)(\varepsilon_n^{\acute{elas.}})^* = \varepsilon_0 \exp\left(\frac{dh(\varepsilon_n^{\acute{elas.}})^*}{w_f}\right)$$
[5]

Les paramètres du modèle sont préalablement déterminés par identification sur des essais de traction et compression. La figure 2 représente la courbe force/déplacement normal calculée au nœud 1 obtenue avec cette loi de comportement endommageable anisotrope. Le lattice (S=0,001m², h=0,002m) est soumis à de la traction pure (Figure 2a) : un déplacement normal (1.10⁻³ mm par pas de calcul) est imposé au nœud N1 et le nœud N2 est encastré. La force normale décroît de manière exponentielle une fois la résistante $F_{n,max}$. atteinte (Figure2b).



Figure 2: *Comportement endommageable*:

(a)Courbe de chargement (b)Courbe Force/déplacement normal.

Caractéristiques mécaniques du lattice : E=5,35 GPa ; $\varepsilon_0=2,15.10^{-4}$ et $w_f=150.10^{-6}$ m.

2.2. Friction : Critère de Coulomb

Pour représenter la friction d'un lattice, une formulation de type critère de Coulomb a été développée [SNY 91]. Afin de déterminer la partition des déformations élastique et plastique [6], une fonction seuil, notée f_{mc} , est définie par [7].

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \varepsilon_n^{elas.} + \varepsilon_n^{plas.} \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_t^{elas.} + \varepsilon_t^{plas.} \end{aligned} \tag{6}$$

$$f_{mc} = |\sigma_t| + \sigma_n \tan(\varphi) - c \qquad si \ f_{mc} \le 0 : Comportement \ \acute{e}lastique \qquad [7]$$

si $f_{mc} > 0 : Plasticit\acute{e}$

Avec : σ_n et σ_t : Contraintes normales et tangentielles dans le lattice (Pa) ; ϕ : Angle de friction (degrés) ; c : Cohésion (Pa)

Lorsque le seuil de plasticité (ou de friction) est supérieur à 0, une seconde vérification est réalisée sur le décollement du joint :

$$si \ \epsilon_n > \frac{c}{E_n \tan(\varphi)} \quad \Rightarrow \quad Décollement$$
 [8]

Dans le cas du décollement la partition des déformations est la suivante :

$$\epsilon_n^{elas.} = \frac{c}{E_n \tan(\varphi)} \qquad \epsilon_n^{plas.} = \epsilon_n - \frac{c}{E_n \tan(\varphi)} \qquad [9]$$
$$\epsilon_t^{elas.} = 0 \qquad \epsilon_t^{plas.} = \epsilon_t$$

Dans le cas de la plasticité sans décollement, la partition devient :

$$\varepsilon_{n}^{\ell las.} = \frac{-\cos(\varphi) |\sigma_{t}| \gamma E_{n} \sin(\mu) - \sigma_{n} \gamma E_{n} \cos(\mu) - c \sin(\mu)}{\gamma E_{n} \cos(\varphi) (1-d) E_{n} \sin(\varphi) \sin(\mu)}$$

$$\varepsilon_{t}^{\ell las.} = \frac{|\varepsilon_{t}^{\ell las.}|}{\varepsilon_{t}^{\ell las.}} \times \frac{|\varepsilon_{t}^{\ell las.}| (1-d) E_{N} \sin(\mu) - \varepsilon_{n}^{\ell las.} (1-d) E_{n} \cos(\mu) + c \cos(\mu)}{\tan(\mu)}$$

$$\varepsilon_{n}^{p las.} = \varepsilon_{n} - \varepsilon_{N}^{\ell las.}$$

$$\varepsilon_{t}^{p las.} = \varepsilon_{t} - \varepsilon_{t}^{\ell las.}$$

$$\varepsilon_{t}^{p las.} = \varepsilon_{t} - \varepsilon_{t}^{\ell las.}$$

$$(10)$$

Avec : μ : angle de dilatance (degrés)

Une fois la partition des déformations réalisées, on recalcule les contraintes à partir des déformations élastiques uniquement. Contrairement au modèle d'endommagement qui est itératif, le calcul de la plasticité est direct. La figure 3 représente la courbe contrainte tangentielle/déformation tangentielle d'un élément soumis à du cisaillement pur, obtenue avec cette loi de comportement plastique dilatant. Le lattice est cisaillé dans les deux sens (Figure 3a). N'ayant pas de force de compression appliquée sur le lattice, la force tangentielle reste constante (plateau plastique), une fois la valeur absolue de la force tangentielle maximale, [Ft_{tmax}], atteinte (Figure 3b).



2.3. Couplage

Le couplage entre le modèle d'endommagement et le modèle de plasticité dilatant est réalisé en définissant la cohésion comme une fonction de l'endommagement de la forme :

$$c = (1 - d)c_0 + c_{res.}$$
[11]

Avec : c_0 : cohésion endommageable (degrés) ; c_{res} : cohésion résiduelle (degrés).

Cette formulation de la cohésion a pour effet de diminuer le plateau plastique suite à un endommagement en traction du lattice (Figure4). La figure 4a représente la courbe contrainte normale déformation normale (rouge) et la courbe contrainte tangentielle déformation tangentielle (bleue) dans un lattice soumis à un premier chargement en cisaillement pur, puis un cycle de traction pure et un second chargement en cisaillement. Initialement, le plateau plastique se situe à 3 kN. Il chute à 1,2 kN après le cycle d'endommagement (Figure 4b). L 'endommagement a bien agit sur le comportement plastique.



Le couplage entre le modèle de plasticité dilatant et le modèle d'endommagement est réalisé en ajoutant à la déformation normale élastique positive, notée ($\varepsilon^{elas.}_{n}$)⁺, un pourcentage (α) de la norme cumulative des déformations plastiques, notée $\|\varepsilon^{plas.}\|$, lors du calcul de la fonction seuil f_d (formule [2]) et pour le calcul de la variable d'endommagement d (formule [5]).

$$\epsilon^{d,tot} = (\epsilon_n^{\ell las.})^* + \alpha \| \epsilon^{plas.} \| = (\epsilon_n^{\ell las.})^* + \alpha \sqrt{(\epsilon_n^{plas.})^2 + (\epsilon_t^{plas.})^2} :$$

$$[2] \Rightarrow f_d = \epsilon^{d,tot} - max(\kappa, \epsilon_0)$$

$$[5] \Rightarrow (1-d)(\epsilon^{d,tot}) = \sigma_n = \epsilon_0 \exp\left(\frac{dh(\epsilon^{d,tot})}{w_f}\right)$$

$$[12]$$

Cette formulation permet de modéliser l'endommagement induit par la friction. Ainsi l'endommagement initialement induit par les déformations élastiques positives est aussi activé par les déformations plastiques. Le lattice peut s'endommager lorsqu'il est comprimé et cisaillé en même temps (Figure 5). La figure 5a représente la courbe contrainte normale déformation normale (rouge) et la courbe contrainte tangentielle déformation tangentielle (bleue) dans un lattice soumis à un chargement en cisaillement combiné à un chargement en compression (Figure 5b). La force normale décroît fortement du fait du cisaillement du lattice.



Figure 5 : Effet de la plasticité sur le comportement en compression : (a)Courbe de chargement (b)Courbe Force/déplacement normal et tangentiel.

Caractéristiques mécaniques du lattice : E = 5,35 GPa ; $\varepsilon_0 = 2,15.10^{-4}$; $w_f = 150.10^{-6}$ m ; c = 3 MPa ; $c_{res.} = 1,2$ MPa ; $\varepsilon_0 = 2,15.10^{-4}$; $\varphi = 15^{\circ}$; $\mu = 0^{\circ}$ et $\alpha = 1,0$.

3. Modélisation d'un essai de cisaillement indirect

3.1. Modélisation

Dans le but de déterminer l'influence des deux paramètres liés au couple ($c_{res.}$ et α), un essai de cisaillement indirect a été développé au sein du laboratoire. Il consiste à réaliser un essai de compression sur une éprouvette parallélépipédique (100mm* 100mm*200mm) de mortier traversée par un joint de plâtre épais de 2mm et incliné à 45°.

La figure 6 représente la modélisation de l'éprouvette, de hauteur 200mm et de largeur 100mm, les éléments du joint la traversant ont une hauteur de 2mm. La face inférieure de l'éprouvette est bloquée suivant l'axe y et un nœud est bloqué suivant les axes x et y. Un déplacement vertical est imposé en tête de l'éprouvette à raison de 10μ m par pas de temps de calcul. Les paramètres du modèle ont été préalablement déterminés par identification sur une campagne de caractérisation. Ils sont résumés dans le tableau 1. Les simulations 2D présentées sont réalisées en contraintes planes.



Figure 6 : Modélisation de l'éprouvette.

| Paramètres | Élément éponte mortier | Élément joint plâtre |
|---------------------------|------------------------|-----------------------------|
| E_n (GPa) | 53 | 4,4 |
| <i>€</i> ⁰ (-) | 2,75.10-4 | 1,0.10 ⁻³ |
| w _f (-) | 150.10-6 | 150.10-6 |
| ¢ (°) | - | 15 |
| c (MPa) | - | 2,4 |
| μ (°) | - | 0 |

Tableau 1. Paramètres du modèle.

3.2. Résultats

La cohésion résiduelle et le coefficient alpha n'ont pas pu être déterminés à l'issue de la campagne expérimentale de caractérisation. Avant de confronter le modèle aux essais expérimentaux, une étude est réalisée sur ces deux paramètres.

La figure 7 présente les courbes force déplacement issues de quatre simulations où la cohésion résiduelle vaut : 0 MPa, 1 MPa, 2MPa et 2,4 MPa. Le déplacement vertical et la force verticale sont calculés en tête de l'éprouvette. Pour cette étude α est égale à 2 %. Les valeurs des autres paramètres correspondent à celles du tableau 1. Pour la valeur $c_{rés.} = 0$ MPa, le joint est totalement endommageable, la courbe tend logiquement vers une force nulle. Pour la valeur $c_{rés.} = 2,4$ MPa, le joint est totalement plastique, le plateau de plasticité correspond donc à la force maximale qui est liée à la cohésion totale (ou initiale) ([11]). Dans les cas $c_{rés.} = 1$ MPa et 2 MPa, les joints sont partiellement endommageables. les plateaux se situent respectivement à une force de 30 et 55 kN. La cohésion résiduelle agit donc directement sur la valeur du plateau de plasticité.

La figure 8 présente les courbes force déplacement issues de simulations où le paramètre α varie de 0 à 25 %. Pour cette étude la cohésion résiduelle est égale à 1,2 MPa. Pour $\alpha = 0$ %, le joint a un comportement plastique parfait car l'endommagement n'est pas indexé sur la norme cumulée des déformations plastiques. On retrouve un plateau pour une force de 67 kN. Lorsque que $\alpha = 0,5$ %, une décroissance de la force, pour un déplacement supérieur à 0,3 mm, témoigne du comportement endommageable du joint. La comparaison des différentes courbes ($\alpha = 0$ % - 25 %) montre que le coefficient α impacte la longueur du plateau plastique et, la pente initiale de la décroissante exponentielle de la force liée à l'endommagement. Plus α est grand, plus le plateau plastique est petit et plus la pente est importante. Lorsque $\alpha \ge 25$ %, l'endommagement initié par les premières déformations plastiques est tellement important que la force n'atteint pas le plateau plastique de 67 kN.



Figure 7: *Étude de la cohésion résiduelle*



Les courbes forces déplacements obtenues pour les quatre essais de cisaillement indirect sont tracées à la figure 9. La force verticale et le déplacement vertical sont mesurés en tête des éprouvettes. Le comportement est élastique jusqu'à une force moyenne de 66,4 kN (écart-type = 7,5) et une rigidité moyenne de 1571 kN/mm (écart-type = 582). Le comportement post-pic est plus dispersé avec une force résiduelle (plateau) comprise en 28 et 42 kN.

La courbe rouge est le résultat obtenu pour la simulation de l'essai de cisaillement indirect. Les paramètres du modèle sont ceux du tableau 1. La cohésion résiduelle est égale à 1,2 et le paramètre α vaut 2 %. La force maximale de la simulation est de 65,8 kN et la rigidité est de 1645 kN.m. En ce qui concerne le comportement post-pic, comme l'étude précédente l'a montré, le choix des paramètres de couplage a permis de faire correspondre la courbe numérique aux résultats expérimentaux.



Figure 9 : Modélisation d'un essai de cisaillement indirect.

4. Conclusions et Perspectives

Le modèle détaillé dans ces travaux a pour but de simuler le comportement endommageable avec friction d'un joint fissuré recimenté. Les calculs sont réalisés sur le code OOFEM en contraintes planes. Le couplage entre la loi d'endommagement anisotrope et le critère de Coulomb est réalisé, d'une part, en définissant la cohésion du joint comme une fonction de la variable d'endommagement via la cohésion résiduelle. D'autre part, le calcul lié à l'endommagement est indexé sur un pourcentage des déformations plastiques. Une étude liée à ces deux paramètres montre qu'ils agissent sur le comportement post-pic du joint. Ils pilotent la valeur et la longueur du plateau plastique mais aussi la pente initiale de la décroissante exponentielle de la force liée à l'endommagement. La modélisation d'un essai de cisaillement indirect sur un joint de plâtre est ensuite présentée. Le comportement issu de la simulation numérique représente correctement le comportement constaté expérimentalement.

Les valeurs de la cohésion résiduelle et du pourcentage de déformation plastique participant à l'endommagement sont issues de l'étude paramétrique. Il serait intéressant de pouvoir obtenir ces données directement d'essais classiques de caractérisation afin d'appliquer une méthode d'identification similaire à celle du modèle d'endommagement. Dans ces travaux, l'angle de friction et l'angle de dilatance ont été considérés comme indépendants de l'endommagement. Afin d'affiner le comportement post-pic, une perspective à donner à ce travail serait de les définir comme fonction de l'endommagement.

5. Remerciements

Les auteurs remercient le Conseil Général des Pyrénées Atlantiques (CG64) et Total Exploration & Production pour leur soutien au travers du projet : « Fracture and permeability of heterogeneous brittle materials ».

6. Bibliographie

- [BAN 83] BANDIS S.C., LUMSDEN A.C., BARTON N.R., « Fundamentals of rock joint deformation. », Int. J. Rock Mech. Min. Scie Geomech., Abstr., vol. 20, 1983, p. 249-268.
- [BAR 76] BARTON N., « The shear strenght of rock and rock joints. », *Int. J. Rock Mech. Min. Scie Geomech.*, *Abstr.*, vol. 13, 1976, p. 255-279.
- [GRA 10] GRASSL P., JIRÁSEK M., « Meso-scale approach to modelling of the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension. », *Int. J. Solids and Struct.*, vol. 47, 2010, p. 957-968.
- [GRA 12] GRASSL P., GRÉGOIRE D., ROJAS SOLANO L., PIJAUDIER-CABOT G., « Mesoscale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. », *Int. J. Solids and Struct.*, vol. 49, 2012, p. 1818-1827.
- [GRE 13] GRÉGOIRE D., GRASSL P., ROJAS SOLANO L., PIJAUDIER-CABOT G., « Macro and mesoscales models to predict concrete failure and sizes effects. », *Damage Mechanics Of Cementitious Materials ans Structures*, Wiley ISTE, 2013, p. 121-153, 978-1-84821-340-1.
- [GRE 15] GRÉGOIRE D., ROJAS SOLANO L., LEFORT V., GRASSL P., SALIBA J., REGOIN J.P., LOUKILI A., PIJAUDIER-CABOT G., « Mesoscale analysis of failure in quasi-brittle materials : comparaison between lattice model and acoustic emission data. », *Int. J. of Num. and Analytical Meth. In Geomech.*, accepté 2015.
- [JIN 03] JING L., « A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. », *Int. J. Rock Mech. Min. Scie.*, vol. 40, 2003, p. 283-353.
- [NOU 13] NOUAILLETAS O., Comportement d'une discontinuité dans un géomatériau sous sollicitations chemo-mécaniques : expérimentations et modélisations., Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2013.
- [PAT 12] PATZÁK B., « An object-oriented simulation tool for advanced modeling of materials and structures. », Acta Polytechnica, vol. 52, 2012, Issue 6, 2012, p. 59-66.
- [SNY 91] SNYMAN M.F., BIRD W.W., MARTIN J.B., « A simple formulation of a dilatant joint element governed by Coulomb friction. », Engin. Comput., vol. 8, Issue 3, 1991, p. 215-229.