
Evaluation des endommagements dans les structures BA à partir de mesures vibratoires: études expérimentales et numériques

B. O. B. Sentosa¹, Q.-B. Bui^{1,*}, J.-P. Plassiard¹, O. Plé¹, P. Perrotin¹

¹ Université Savoie Mont Blanc, CNRS, LOCIE, F-73000 Chambéry, France

* Quoc-Bao.BUI@univ-savoie.fr

RÉSUMÉ. Après un événement (séisme, modifications du voisinage, ...), une structure BA peut être endommagée. La capacité résistante de cette structure peut être évaluée par des mesures vibratoires. A l'heure actuelle, ce type de mesures permet le diagnostic à l'échelle globale (toute la structure) et de manière qualitative alors que la localisation et la quantification des endommagements restent encore à approfondir. Dans le cadre de cette recherche, le diagnostic à l'échelle locale d'une structure poteaux-poutres béton armé instrumentée en laboratoire est étudié. Ce travail s'insère dans un contexte national de réévaluation des structures existantes.

En première partie, le travail de recherche a commencé par une expérimentation en laboratoire sur une structure poteaux-poutres de type H (deux poteaux et une poutre). Différentes sollicitations croissantes ont été imposées au milieu de la poutre correspondant à différents états d'endommagement. Des mesures de champs de déplacement de toute la structure et des mesures vibratoires par accéléromètres ont été effectuées. A partir des mesures vibratoires, les caractéristiques dynamiques de la structure ont été identifiées (fréquences propres, déformées modales). Ces caractéristiques ont permis de caler un modèle numérique EF simplifié (établi par Matlab), qui utilise les éléments « barres » et les connexions semi-rigides entre les poteaux et les poutres. Les rigidités de ces connexions ont été identifiées par des boucles d'optimisation pour trouver les résultats qui s'approchent le plus des résultats expérimentaux. Les rigidités identifiées des connexions sont utilisées pour calculer des facteurs de rigidités qui varient entre 0 (rotule parfaite) et 1 (encastrement parfait). Ils apportent des informations sur l'état d'endommagement des connexions étudiées. Par conséquent, l'évaluation des connexions par des mesures dynamiques, à l'échelle du laboratoire, est possible.

En deuxième partie, pour pouvoir vérifier l'influence des endommagements locaux sur d'une part, la réponse dynamique globale de la structure et d'autre part, sur la capacité structurelle globale de toute la structure, un code EF plus complexe (Castem) a été utilisé. Des éléments poutres multifibres ont été utilisés pour modéliser la structure du type portique. Dans un premier temps, les paramètres des matériaux (« béton » et « acier ») ont été identifiés en fonction des résultats expérimentaux sur les matériaux. Ensuite, le résultat numérique sur le portique est comparé avec l'expérimentation. La pertinence du modèle numérique dans l'évaluation de la capacité de la structure après les premiers endommagements est discutée.

ABSTRACT. The applications of dynamic measurements on the structures of existing buildings are numerous: the verification of the seismic vulnerability of structures, the auscultation of the structure's capacities in post-earthquake situations or after changes in the vicinity, etc. At present, this type of measurement enables the diagnosis of a structure on a global scale (the whole structure), while the identification and location of local damage (each element of the structure) remains to be explored. Diagnosis at the local scale was studied in the laboratory on an instrumented structure consisting of two columns and one beam (H form). It was loaded in the central part of the beam in several stages until it broke. Displacements were measured simultaneously using displacement sensors and image correlation. After each load/unload cycle, dynamic measurements were taken using accelerometers. In the first part of this paper, the observations from the experiment are presented, with the appearance of damage and the decrease in natural frequencies that occurred simultaneously with stiffness. Thereafter, the technique characterizing damage that was developed taking into account the semi-rigid connections of the frame is presented. The stiffness of the connections was identified by calibrating the dynamic responses of the structure with respect to a model. The fixity factors were used to assess the loss of stiffness in the semi-rigid connections. The validity of the fixity factors identified was evaluated using the static experimental results. In the second part, a more complex FEM was performed (which multifiber beams). The relevancy of this model in comparison to the experimental result will be discussed.

MOTS-CLÉS : mesures vibratoires, auscultation, portique, béton armé, tests non-destructifs

KEY WORDS: vibrational measurements, diagnostic, RC-frame structures, non-destructive tests

1 Introduction

Les mesures dynamiques in-situ sont des tests généralement non-destructifs réalisés directement sur des structures réelles [BRO 03]. Les applications des mesures dynamiques sur les structures des bâtiments existants sont nombreuses : vérification de la vulnérabilité sismique des structures qui ont été construites avant l'évolution des règles parasismiques; auscultation de la capacité des structures en situation post-sismique ou après des modifications du voisinage (creusement d'un tunnel, démolition des immeubles voisins par exemple,...); étude du comportement structurel d'ouvrages exotiques [BOU 05], [BUI 14b], [VEN 02]. A l'heure actuelle, ce type de mesure permet le diagnostic d'une structure à l'échelle globale (toute la structure) alors que l'identification et la localisation des endommagements à l'échelle locale (pour chaque élément de la structure voire entre éléments) restent encore à approfondir. Dans le cadre de cette recherche, le diagnostic à l'échelle locale d'une structure poteaux-poutres instrumentée en laboratoire est étudié. Cette étude s'insère dans un contexte national de réévaluation des structures existantes.

2 Expérimentation

2.1 Descriptif du dispositif

Le portique (Figure 1) se compose de deux poteaux de 2 m de hauteur, $20 \times 25 \text{ cm}^2$ de section, ferrailés par 4 HA10 et 17 cadres Φ 6mm espacés de 12 cm et d'une poutre de 2,27 m de travée, $20 \times 20 \text{ cm}^2$ de section, ferrailés par 2 barres longitudinales supérieures HA10 (ancrage de 40 cm dans les poteaux), 2 barres longitudinales inférieures HA12 (ancrage de 12 cm dans chaque poteau) et 18 cadres Φ 6mm espacés de 13 cm. Le bâti de chargement est constitué d'un châssis métallique composé de poutres HEB 400 et UPN 400. Plus de détails sur le portique peuvent être trouvés dans [BUI 14a].

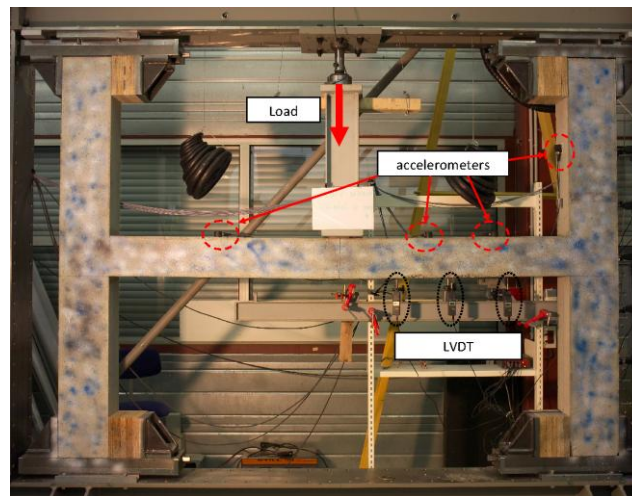


Figure 1. Portique en béton armé.

Les déplacements ont été mesurés simultanément par le capteur de la presse, les capteurs de déplacement positionnés à la face inférieure de la poutre et par la technique de corrélation d'images [VAC 99]. Les caractéristiques dynamiques de la structure ont été déterminées au moyen de quatre accéléromètres unidirectionnels (Fig. 1), dont l'un a été collé sur un poteau pour mesurer l'accélération horizontale et les trois autres ont été collés sur la poutre pour mesurer les accélérations verticales.

2.2 Déroulement du test

Avant le test, des mesures dynamiques au marteau à choc ont été effectuées pour caractériser l'état initial de la structure. Le portique a été ensuite chargé au milieu de la poutre avec un pilotage en déplacement (0,02 mm/s). Après des chargements respectivement de 21 kN, 58 kN et à rupture, le portique a été totalement déchargé pour réaliser des mesures dynamiques, dans l'objectif de déterminer les fréquences propres et les déformées modales à des états d'endommagement différents.

2.3 Résultats dynamiques

Les fréquences propres (Fig. 2) ont été obtenues par la technique FFT (Fast Fourier Transform). La Figure 3 présente l'exemple de deux déformées modales respectivement à 73 et 195 Hz.

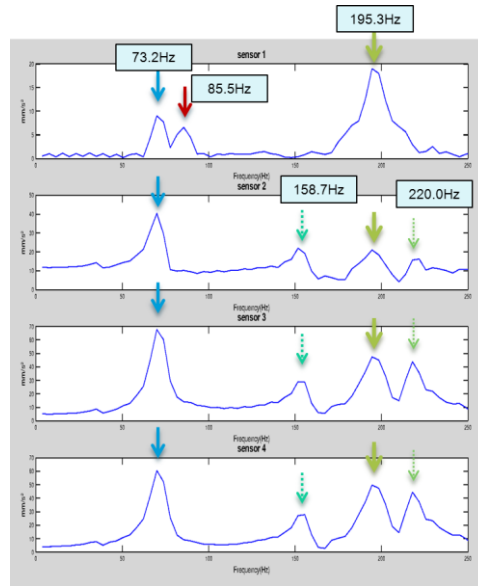


Figure 2. Fréquences identifiées

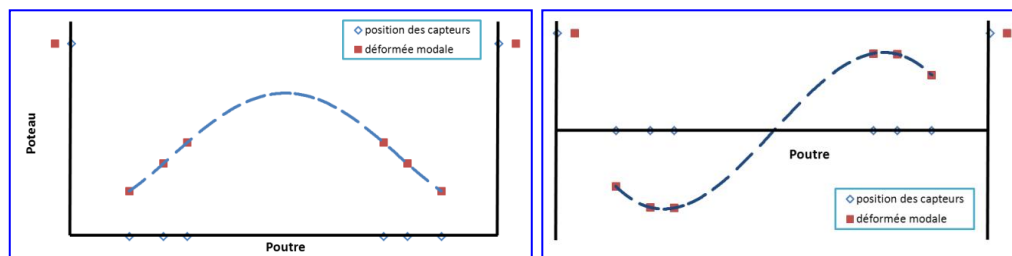


Figure 3. Déformées modales obtenues ; gauche à 73 Hz et droite à 195 Hz.

La Figure 4 (à gauche) présente la diminution des fréquences propres des cinq premiers modes, en fonction de la charge préalablement exercée. Les modes 1, 2 et 4 correspondent aux modes propres du portique en béton armé. Les modes 3 et 5 sont dus aux vibrations du bâti de chargement, en interaction avec le portique BA, ce qui sera confirmé plus tard par les modélisations numériques. La Figure 4 (à droite) présente le taux de diminution des fréquences propres en fonction des niveaux de chargement. L'apparition des microfissures a provoqué une diminution de la rigidité. A la rupture, la première fréquence propre diminue d'environ 19 % par rapport à l'état initial. Ce résultat sera discuté dans la suite de cet article.

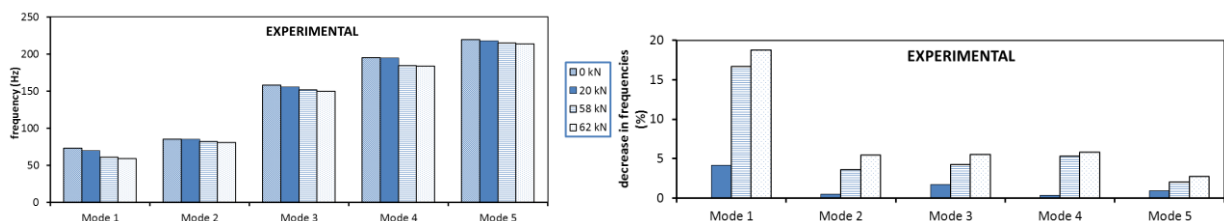


Figure 4. Résultats expérimentaux et numériques de la variation des fréquences propres suivant les niveaux de chargement.

3 Proposition d'une méthode de caractérisation d'endommagements

3.1 Approche proposée

Une hypothèse est prise : dans les structures poteau-poutre en béton armé, les endommagements se situent principalement aux deux extrémités et au milieu des poutres ou aux deux extrémités des poteaux c'est-à-dire là

où les moments de flexion et les efforts tranchants sont habituellement les plus importants. En réalité, les endommagements peuvent avoir lieu à n'importe quel endroit dans la structure mais ces zones sont les plus sensibles. Elles seront modélisées par des connexions semi-rigides en rotation. Les rigidités actuelles des liaisons sont les inconnues à identifier. Une fois les rigidités identifiées, le facteur de rigidité sera utilisé pour mieux évaluer l'état des connexions.

Il existe très peu d'études qui prennent en compte des liaisons semi-rigides dans leurs modèles en vue de caractériser la structure. Cette approche a été appliquée avec succès, dans le domaine temporel, sur des structures métalliques [KAT 10]. A notre connaissance, il n'y a pas encore d'études qui utilisent ce principe pour caractériser les structures en béton armé. Cet article étudie la possibilité d'appliquer des liaisons semi-rigides en rotation et des facteurs de rigidité dans l'évaluation de l'endommagement, à l'échelle locale, des portiques en béton armé, en exploitant les informations dans le domaine fréquentiel.

3.2 Facteur de rigidité

Dans le cas d'un nœud encastré, la rigidité est supposée égale à l'infini. L'angle entre la poutre et les poteaux reste constant. Dans le cas où la connexion n'est plus rigide (apparition des fissures), une rotation θ_c s'ajoute dans la rotation du nœud. La structure peut être modélisée avec des nœuds semi-rigides de rigidité en rotation k_c , avec $k_c = M_c / \theta_c$. Le coefficient de fixation p est introduit. Il varie entre 0 et 1 (0 pour des rotules parfaites et 1 pour des connexions rigides). La relation entre p et k_c est la suivante [SUC 95]: $p = 1 / (1 + 3EI / (k_c L))$ avec E , I et L , respectivement la rigidité, l'inertie et la longueur de la barre. L'utilisation des facteurs de rigidité facilite la quantification de la perte de rigidité d'un nœud par rapport à son état initial.

4 Evaluation de l'approche proposée

4.1 Application de l'approche proposée au portique expérimental

Des modélisations éléments finis 2D ont montré que le châssis métallique avait une influence sur le comportement dynamique du portique BA. Le châssis devra donc être introduit aussi dans le modèle numérique (Figure 5). Le système châssis métallique + portique BA a été modélisé par des éléments «poutres» qui ont un comportement élastique linéaire et avec des nœuds semi-rigides élastiques linéaires en rotation aux extrémités.

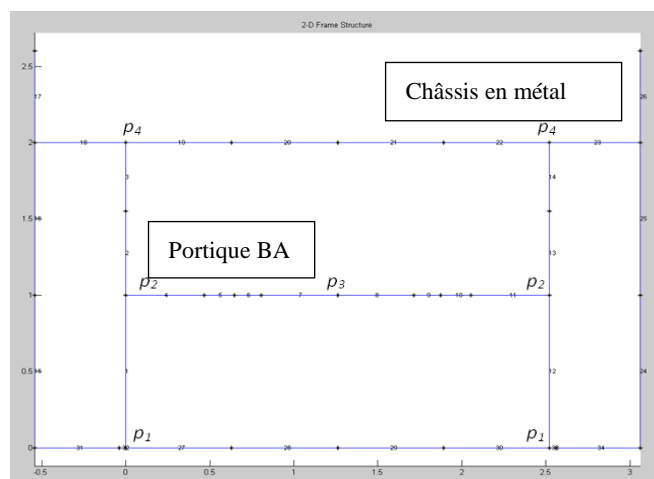


Figure 5. Discretisation du châssis métallique et du portique BA

L'identification des facteurs de rigidité p_1 , p_2 , p_3 , p_4 qui reproduisent au mieux la réponse dynamique expérimentale, est obtenue en minimisant l'écart entre les 3 premières fréquences cibles à trouver et les fréquences identifiées expérimentalement. La concordance entre les déformées modales expérimentales et celles du système identifié est ensuite vérifiée au moyen du coefficient MAC (Modal assurance criterion). Si les valeurs du MAC sont supérieures à 0,9, les déformées sont considérées comme corrélées [CHA 03]. Le Tableau 1 présente les p_i optimaux identifiés par le programme. La pertinence de ces valeurs sera évaluée dans la section suivante. Les résultats numériques du Tableau 1 montrent qu'à l'état initial, les liaisons ne sont pas parfaitement rigides ($p_1 = p_2 = 0,8$). La valeur de p_1 peut être expliquée par le fait que la fixation du portique BA au châssis se fait via des éléments en bois (Fig. 1). La valeur de p_2 n'est pas vraiment surprenante car des fissures de retrait ont été identifiées sur le portique avant le test. La valeur nulle de p_4 , différente de celle de p_1 peut être expliquée par le fait que les têtes des poteaux ont été fixées horizontalement mais pas verticalement (pas d'appui vertical comme les pieds de poteau), ce qui s'apparente plus à un appui simple horizontal qu'à une liaison rigide. Ensuite,

à 20 kN, les deux extrémités de la poutre commencent à perdre leur rigidité ($p_2 = 0,72$). A 58 kN, les rotules aux extrémités continuent de perdre leur rigidité ($p_2 = 0,56$) et une rotule plastique apparaît en milieu de travée ($p_3 = 0,6$). Avec l'augmentation du chargement, le milieu de la poutre continue à se fissurer et une redistribution des efforts internes peut être observée. A 62 kN, avec l'augmentation de la fissuration, ces rotules perdent encore leurs rigidités ($p_2 = 0,48$ et $p_3 = 0,4$). Ces résultats numériques sont cohérents par rapport à l'apparition des fissures qui ont été observées pendant l'expérimentation. Suivant ces résultats, à la rupture, les deux extrémités et le milieu de la poutre perdent respectivement 52% et 60% de rigidité par rapport à l'état parfaitement rigide théorique ($p_i = 1$).

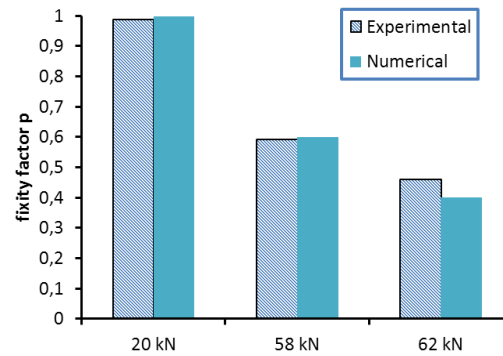


Figure 6. Comparaison des facteurs de rigidité en milieu de travée de la poutre, obtenus par l'expérimentation et par le modèle.

Tableau 1 : Facteurs de rigidité identifiés.

F (kN)	p_1	p_2	p_3	p_4
0	0,8	0,8	1	0
20	0,8	0,72	1	0
58	0,8	0,56	0,6	0
62	0,8	0,48	0,4	0

4.2 Validation des valeurs numériques obtenues

Les facteurs de rigidité obtenus peuvent être retrouvés en déterminant la rigidité expérimentale des ressorts semi-rigides associés. Par définition, la rigidité k d'un ressort semi-rigide peut être déterminée à partir des données expérimentales par le rapport entre le moment M et l'angle de rotation expérimental θ^{exp} . θ^{exp} est évalué expérimentalement grâce à l'analyse d'image et M le moment expérimental est déterminé en prenant en compte les caractéristiques de la poutre et les déformations des armatures inférieures issues des mesures obtenues par des jauges collées sur les barres. La Figure 6 présente la comparaison des facteurs de rigidité en milieu de travée de la poutre, obtenus par l'expérimentation et par le modèle. Ces résultats montrent une bonne correspondance.

5 Evaluation d'une structure BA endommagée

5.1. Approche empirique

Le Tableau 2 présente la synthèse des résultats issus de la littérature sur des pertes de rigidité de structures BA à la rupture (post-pic). Bien que ces résultats soient obtenus à partir de diverses études, avec des structures et des ferraillements différents, ils ont les mêmes ordres de grandeur. Suivant les résultats disponibles la littérature de et ceux de la présente étude, si une structure perd environ 20% de sa rigidité initiale, il faudra vérifier à l'échelle locale ses éléments. Si un élément structural perd 30 à 60% de sa rigidité ($p < 0,7$), il est déjà gravement endommagé et devra être réparé. En effet, comme le «fixity factor» est une fonction de la rigidité en rotation, il est donc une fonction de la rotation des rotules plastiques. Suivant les formules mentionnées au-dessus, la rotation est une fonction des caractéristiques de la section du béton non-fissuré et de l'adhérence entre les armatures et le béton. Par conséquent, le «fixity factor» représente le comportement global d'une section fissuré (béton + armatures) ce qui explique la reproduction des résultats du modèle utilisant des ressorts en rotation. Cette remarque suggère que le «fixity factor» pourra être un critère pour évaluer la performance des structures en béton armé. Si ce point se confirme, il est fondamental car, dans la plupart des cas d'auscultations structurales, les informations concernant les armatures de renforcement ne sont pas disponibles et l'utilisation d'un critère

simple sur la rigidité est nécessaire. Cependant, un nombre plus important d'expérimentations devra être mené pour confirmer ce résultat.

Tableau 2 : Synthèse des pertes de rigidité de structures BA à la rupture (post-pic) (La perte de rigidité globale correspond à la diminution relative de la fréquence du premier mode).

Auteurs	Perte de rigidité globale (structure complète)	Perte de rigidité locale (éléments de la structure)
[HAN 05]	18%	N.D.
[FAN 08]	N.D.	38%
[MAS 10]	15-25%	40-50%
[MAA 12]	15%	N.D.
[ANT 12]	N.D.	32-48%
Présente étude	19%	50-60%

5.2. Approche numérique

Pour pallier aux difficultés de l'approche empirique qui demande un nombre important de résultats expérimentaux, une approche numérique peut être envisagée. Cependant il faut, dans un premier temps, s'assurer que le modèle numérique puisse reproduire fidèlement le comportement expérimental.

Pour avoir un résultat objectif, l'approche numérique a été réalisée indépendamment des résultats obtenus par les mesures vibratoires. Le portique a été modélisé avec le code EF Castem. Des éléments poutres multifibres Timoshenko ont été utilisés. Le béton a été modélisé avec le modèle d'endommagement unilatéral de La Borderie [LAB 91]. Il permet de prendre en compte la refermeture des fissures dans le cas de chargements cycliques. Les armatures ont été modélisées avec le modèle «Acier-Uni» de Menegotto-Pinto [MEN 73].

Une étude préliminaire a été réalisée pour évaluer les conditions limites du modèle. En effet, à l'heure actuelle, il n'est pas encore possible de modéliser de manière simple les liaisons semi-rigides sous Castem, par conséquent, trois conditions limites classiques ont été testées: encastrement, rotule et appui simple. L'étude préliminaire montre que les rotules en pied des poteaux et les appuis simples horizontaux en tête des poteaux sont les conditions limites les mieux adaptées. Ce résultat est proche de celui obtenu avec les mesures vibratoires mentionnées plus haut.

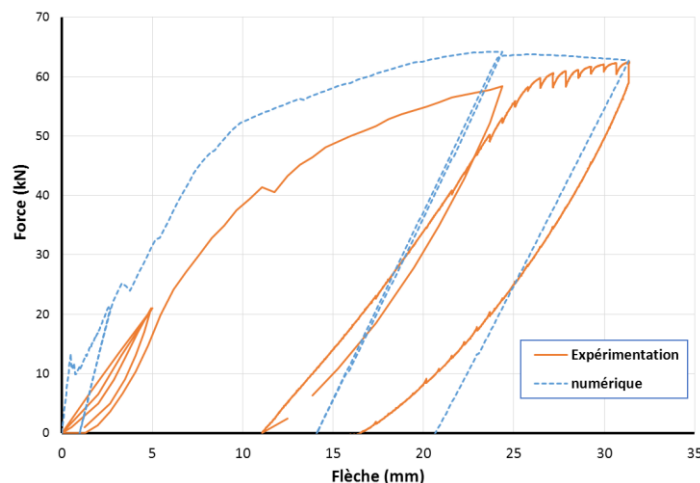


Figure 7. Comparaison des résultats expérimentaux et numériques.

Les paramètres du modèle béton de La Borderie ont ensuite été affinés. En effet, il y a quelques différences importantes entre les paramètres proposés dans le manuel d'utilisation de Castem [DIP 11] et ceux proposés par Mousseau et al. [MOU 08]. Par exemple, le paramètre de compression A2 est proposé à 10 MPa dans [DIP 11] alors qu'il est proposé entre 1 et 1,26 MPa⁻¹ dans [MOU 08]. Les résultats de la présente étude montrent que les valeurs proposées par [MOU 08] sont plus adaptées. Comme dans [MOU 08] le béton est un BHP, A2 a été recalculé pour reproduire le comportement du béton de cette étude. Une valeur A2 = 5 MPa⁻¹ a été obtenue. La

Figure 7 présente le résultat obtenu par le modèle numérique. Bien que la forme générale de la courbe numérique soit similaire à celle expérimentale, les pentes numériques initiales et les pentes des cycles de déchargement-rechargement (qui caractérisent la rigidité de la structure) sont plus importantes. La raison provient peut-être de l'absence de liaisons semi-rigides dans le code. En conclusion, si une évaluation de l'endommagement est réalisée sur le modèle numérique, c'est l'approche «force-performance» qui devra être utilisée et non l'approche «déplacement-performance» qui ne donnera pas de résultats satisfaisants. Ce résultat préliminaire devra être amélioré en particulier dans l'introduction d'une liaison semi-rigide dans le code, ce qui constitue la perspective principale de notre travail.

6 Conclusions et perspectives

Cet article étudie la faisabilité d'utiliser des mesures dynamique pour évaluer la qualité structurelle des portiques en BA. Une expérimentation a été réalisée sur un portique en forme de H. Des mesures dynamiques et statiques ont été réalisées. Les résultats dynamiques ont été utilisés pour identifier les caractéristiques des rotules plastiques du portique. Les résultats statiques obtenus grâce à la corrélation d'image ont été utilisés pour vérifier la fiabilité du modèle simplifié proposé.

L'identification des rigidités des rotules plastiques est une méthode rapide et efficace pour l'auscultation structurelle des bâtiments existants. Cependant, si cette méthode est appliquée à une structure complète, le nombre de «fixity factor» à identifier devient rapidement important. La méthode nécessitera alors l'utilisation d'un algorithme d'optimisation ou l'utilisation de méthodes de sous-structuration.

Dans cette étude, la dégradation de la rigidité des nœuds en fonction de l'augmentation des chargements a été établie. Suivant ces résultats, un élément perd sa capacité portante quand il perd 30 à 60% de sa rigidité. La structure, quant à elle, est totalement endommagée quand elle perd 20% de sa rigidité globale. Ce résultat est similaire à ceux de la littérature et montre que l'effet des armatures a bien été pris en compte. En effet, par adhérence, les armatures limitent la propagation des fissures dans la structure. Cette remarque est importante car elle permet de proposer un critère d'évaluation qui se base sur l'analyse des rigidités des nœuds de connexion. Ce critère permet de faire des diagnostics simples sur les structures BA, sans avoir besoin de connaître le ferrailage. Pour confirmer ces résultats, un nombre significatif d'expériences devra être réalisé. Parallèlement des modèles numériques plus performants devront être développés. C'est ce travail qui est engagé.

7 Bibliographie

- [ANT 12] ANTUNES P., LIMA H., VARUM H., ANDRÉ P. Optical fiber sensors for static and dynamic health monitoring of civil engineering infrastructures: Adobe wall case study, *Measurement* 2012; 45, p. 1695–1705.
- [BOU 05] BOUTIN C., HANS S., IBRAIM E., ROUSSILLON P. In situ experiments and seismic analysis of existing buildings. Part II: Seismic integrity threshold, *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 2005; 34, p. 1531–1546.
- [BRO 03] BROWNJOHN J.M.W. Ambient vibration studies for system identification of tall building, *Earthquake Engng Struct.Dyn.* 2003,32, p. 71-95.
- [BUI 14a] BUI Q B, MOMMESSIN M, PERROTIN P, PLASSIARD J P, PLÉ O. Assessing local-scale damage in reinforced concrete frame structures using dynamic measurements, *Engineering Structures*, 2014, pp. 22-31,
- [BUI 14b] BUI Q B, HANS S., BOUTIN C. Dynamic behaviour of an asymmetric building: experimental and numerical studies, *Case Studies in Nondestructive Testing and Evaluation*, Volume 2, October 2014, Pages 38–48.
- [BUI 11] BUI Q B, MOREL J C, HANS S, DO A-P. First exploratory study on dynamic characteristics of rammed earth buildings, *Eng. struct.* (2011) p. 3690-3695
- [CHA 03] CHANG P. C., FLATAU A, LIU S. C. Review paper: health monitoring of civil infrastructure, *Structural Health Monitoring* 2003, 2, p. 257-267.
- [CLO 95] CLOUGH R. W., PENZIEN J., *Dynamics of Structures*, Computers & Structures Inc., Berkeley, 746p, 1995.
- [DIP 11] DI PAOLA F. Utiliser CAST3M - Liste des modèles en mécanique non linéaire, CEA, édition 2011.

- [FAN 08] FANG S.E., PERERA R., ROECK G.D. Damage identification of a reinforced concrete frame by finite element model updating using damage parameterization, *Journal of Sound and Vibration* 313 (2008) 544–559
- [HAN 05] HANS S., BOUTIN C., IBRAIM E., ROUSSILLON P. In situ experiments and seismic analysis of existing buildings. Part I: Experimental investigations, *Earthquake Engng Struct. Dyn.* 2005; 34, p.1513–1529.
- [KAT 10] KATKHUDA H.N., DWAIRI H.M., SHATARAT N. System identification of steel framed structures with semi-rigid connections. *Structural Engineering and Mechanics, Vol. 34, No. 3* (2010) 351–366.
- [LAB 91] LA BORDERIE CH., Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : modélisation et application à l'analyse de structures en béton, *Thèse de doctorat de l'ENS Cachan*, 1991.
- [MAA 12] MAAS S., ZÜRBE S., WALDMANN D., WALTERING M., BUNGARD V., DE ROECK G. Damage assessment of concrete structures through dynamic testing methods. Part 1- Laboratory tests, *Eng. Struct.* 2012, 34, p. 351–362.
- [MAS 10] MASI A., VONA M. Experimental and numerical evaluation of the fundamental period of undamaged and damaged RC framed buildings, *Bull. Earthquake Eng.* 2010, 8, p. 643-656.
- [MEN 73] MENEGOTTO M., PINTO P. Method of analysis for cyclically loaded reinforced concrete plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending, *IABSE Symposium on resistance and ultimate deformability of structures acted on by well-defined repeated loads*, Lisbon, 1973.
- [MOU 08] MOUSSEAU S, PAULTRE P, MAZARS J. Seismic performance of a full-scale, reinforced high performance concrete building. Part II: Analytical study, *Can. J. Civ. Eng.* (2008) 35: 849-862.
- [SUC 95] SUCUOGLU H. Effect of connection rigidity on seismic response of precast concrete frames, *PCI Journal*, Jan-Feb 1995, p. 94-103.
- [VAC 99] VACHER P, DUMOULIN S, MORESTIN F, MGUIL-TOUCHAL S. Bidimensional strain measurement using digital images, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, vol. 213 Part C ImechE, 1999, p. 811-817.
- [VEN 02] Ventura CE, Finn WDL, Lord JF, Fujita N. Dynamic characteristics of a base isolated building from ambient vibration measurements and low level earthquake shaking *Soil dynamics and earthquake engineering* 2002; 22, p.1159-1167.