
Méthode des domaines fictifs appliquée à l'interaction d'un solide mobile avec un écoulement à surface libre. Application à un système houlomoteur de type waveroller.

B.Ducassou, S.Abadie

Université de Pau et des Pays de l'Adour (Laboratoire SIAME, 1 allée du parc Montaury 64 600 Anglet, benoit.ducassou@univ-pau.fr)

...

RÉSUMÉ. Cette article présente l'étude d'un système houlomoteur de type batteur inversé réalisée à l'aide d'une méthode numérique d'interaction fluide-structure originale. Cette méthode, basée sur la résolution directe des équations de Navier-Stokes, trouve son originalité dans la possibilité de prendre en compte, directement dans Navier-Stokes, un solide rigide soumis à des efforts externes. Une pénalisation de la viscosité dynamique (mise en place d'une viscosité dynamique très élevée) permet de solidifier une zone de fluide, zone ensuite assimilable à un solide rigide. Concernant la prise en compte des efforts externes, nous les mettons en place sous forme de forces volumique par modification de la gravité dans les zones concernées. L'article débute par une brève introduction, nous présentons ensuite la méthode développée puis nous enchainons avec la présentation de l'étude de cas réalisée. Les résultats de cette dernière sont présentés en fin d'article.

ABSTRACT. In the present work a study of a wave power system (reverse beater type) is carried out. The study is based on a previous method dealing with fluid-structure interactions. The present method takes into account a rigid solid subjected to external forces directly into navier stokes equations. A penalty of the dynamic viscosity is used to solidify a fluid zone, then comparable to a rigid solid area. The external efforts are put in place as volumetric forces changing the gravity force in the areas concerned. The article begins with a brief introduction, then we present the developed method and the studied case. The results are presented at the end of the article.

MOTS-CLÉS : Interaction fluide/structure, Simulation, Navier-Stokes, Domaines fictifs, VOF, Système houlomoteur

KEYWORDS: Interaction fluid/structure, Simulation, Navier-Stokes, Fictitious domain, VOF, Wave energy

1. Introduction

L'objectif de notre travail est de simuler l'interaction entre une structure animée d'un mouvement simple (e.g., translation et rotation) soumise à des forces extérieures de type rappel et amortissement et un fluide à surface libre. Ce type d'interaction est une thématique récurrente et commune à divers domaines (transport de carburants, protection côtiers, récupération d'énergie marine, etc).

Les équations régissant l'équilibre d'un fluide (i.e., équations de Navier-Stokes) et d'un solide (relation fondamentale de la dynamique) étant différentes, un grand nombre de méthodes numériques résolvent l'équilibre entre ces deux milieux à l'aide de couplage de modèles. Nous pouvons citer l'exemple de M.Cruchga ([CRU 08]) qui utilise un couplage lagrangien - éléments finis ou encore celui de A.Legay ([LEG 06]) et de son couplage level-set - éléments finis. Dans le cadre de ces travaux nous avons développé une méthode de simulation numérique originale basée sur les domaines fictifs [GLO 99] pour étudier ce couplage. Le principe des domaines fictifs est de remplacer un système d'équation écrit dans un domaine à géométrie complexe (typiquement une forme complexe irrégulière) par un système d'équation "semblable", écrit dans un domaine à géométrie plus simple (typiquement un rectangle en 2D). Une méthode de pénalisation basée sur la viscosité nous permet de rigidifier certaines zones du domaine fluide. Pour cela il suffit en effet d'imposer dans la zone que l'on cherche à rigidifier une valeur de viscosité très forte pour satisfaire numériquement un critère de non déformation. Une fois rigidifiées, ces zones peuvent être assimilées à des solides non-déformables.

2. Le modèle numérique

2.1. Le code THETIS

Le code THETIS, développé à l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux est utilisé dans cette étude pour résoudre les équations de Navier-Stokes incompressible suivantes :

– Équation de bilan de la quantité de mouvement :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) + \nabla p - \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla^t \mathbf{v})] = \rho \mathbf{g} \quad (1)$$

– Contrainte d'incompressibilité :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2)$$

– Méthode de suivi d'interface :

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \cdot \chi = 0 \quad (3)$$

Avec ρ la densité, μ la viscosité dynamique et $\chi(x,y,z)$ la fonction caractéristique de chaque phase étudiée. Pour chacune des phases χ prend une valeur entre 0 et 1. Cette valeur correspond au pourcentage de présence de la phase dans le volume de contrôle

Ce code permet de simuler un écoulement constitué de plusieurs phases non miscibles en suivant le déplacement de l'interface à l'aide d'une méthode de type VOF (ici VOF-PLIC ; [RID 98]). La discrétisation temporelle des équations de Navier-Stokes est faite en utilisant un schéma de GEAR d'ordre 1. La discrétisation spatiale est réalisée à l'aide des volumes finis [PAT 80], le découplage Vitesse/Pression par la méthode du Lagrangien Augmenté [FOR 82].

2.2. Rigidification

Afin de simuler une structure solide indéformable à un seul degré de liberté dans notre code NS, nous utilisons une méthode de rigidification totalement implicite. Cette méthode de pénalisation basée sur la viscosité nous permet de rigidifier certaines zones du domaine fluide. Pour cela il suffit en effet d'imposer dans la zone que l'on cherche à rigidifier une valeur de viscosité très forte pour satisfaire numériquement un critère de non déformation. Une fois ce critère vérifié, la phase fluide rigidifiée peut être assimilée à une phase solide indéformable.

Afin de contrôler quantitativement la non déformation de la zone fluide solidifiée nous avons défini le coefficient de déformation local C_{def} suivant :

$$C_{def_{i,j,k}} = \sqrt{\varepsilon_{I_{i,j,k}}^2 + \varepsilon_{II_{i,j,k}}^2 + \varepsilon_{III_{i,j,k}}^2} \quad (4)$$

Si ce paramètre est très faible, alors on est sûr que la particule ne s'est localement pas déformée suivant ses 3 axes principaux et que donc la rigidification est assurée. A chaque pas de temps, nous calculons les C_{def} de chaque volume de contrôle dans la zone rigidifiée et nous récupérons la valeur maximale $C_{def_{i,j,k}}$ afin de créer la fonction $C_{def}(t) : C_{def}(t) = \max[C_{def_{i,j,k}}$ à l'instant t]. La rigidification doit être maintenue tout au long de la simulation aussi, ce n'est pas $C_{def}(t)$ qu'il faut maintenir très petit mais C_{tot} :

$$C_{tot} = \int_{\text{temps de simulation}} C_{def}(t) dt = \sum_i C_{def}(t_i).dt_i \quad (5)$$

C_{tot} est un nombre majorant la déformation totale de la zone rigidifiée au cours de la simulation, du début à la fin de celle-ci. Nous considérerons que la rigidification est effective tout au long de la simulation si et seulement si $C_{tot} < 0.1\%$, valeur choisie de façon arbitraire.

Nous avons montré que la mise en place d'une viscosité dynamique de valeur $\mu = [1.10^7; 1.10^9]$ Pa.s permettait le respect de ce critère sans entraver le calcul numérique. Différents travaux utilisant cette même méthode de rigidification mettent également en œuvre des viscosités μ de cet ordre de grandeur [CRU 08].

2.3. Prise en compte d'efforts extérieurs

Les structures que nous allons chercher à prendre en compte dans Navier-Stokes pour nos études d'interaction fluide-structure sont en réalité des systèmes mécaniques soumis à des efforts internes (i.e., ressorts, pistons) et contraint dans leur mouvement. Aussi, si l'on veut résoudre ces problèmes, les efforts additionnels agissant sur le système directement doivent être pris en compte directement dans Navier-Stokes. Afin de résoudre au mieux l'interaction entre un tel système et le fluide environnant, il est indispensable de les prendre en compte dans notre modèle. Si l'on prend l'exemple d'un houlomoteur de type oyster ou waveroller, le système est contraint à se mouvoir en rotation et son système de récupération d'énergie (ressorts et pistons) engendre des efforts internes au système.

Tous les efforts extérieurs agissant sur le système « fluide - solide rigide » sont pris en compte sous formes d'accélération rapportée. La force est transformée en une accélération que l'on vient intégrer directement dans l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) + \nabla p - \nabla \cdot [\mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla^t \mathbf{v})] = \rho (\mathbf{g} + \mathbf{A}_{\text{externe}}) \quad (6)$$

D'un point de vue programmation, l'implémentation de cette accélération se traduit simplement par une modification de la gravité existante. Attention, la gravité n'est modifiée qu'aux noeuds sur lesquels les forces extérieures agissent. Cela signifie que si l'on veut prendre en compte un effort extérieur qui agit uniquement sur le solide rigide, la gravité ne sera modifiée que sur les noeuds du domaine où le solide est présent.

Imaginons un solide rigide soumis à :

- une force de rappel de raideur k_x selon l'axe x
- une force de rappel de raideur k_y selon l'axe y
- un couple de rappel de raideur γ autour de l'axe z
- une force d'amortissement de coefficient c_x selon l'axe x
- une force d'amortissement de coefficient c_y selon l'axe y
- un couple d'amortissement de coefficient C selon l'axe z

Les caractéristiques k_i , γ , c_i et C sont propres aux systèmes étudiés. L'effort $\vec{F}(M)$ agissant en un point $M(x, y, z)$ peut s'écrire comme la somme d'un effort de translation $\vec{F}_t(M)$ et d'un effort de rotation $\vec{F}_r(M)$:

$$\vec{F}(M) = \vec{F}_t(M) + \vec{F}_r(M) \quad (7)$$

$$\vec{F}(M) = \frac{1}{V_{solid}} \cdot \begin{bmatrix} -k_x \cdot \delta_x - c_x \cdot \overline{V}_x \\ -k_y \cdot \delta_y - c_y \cdot \overline{V}_y \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{V_{solid}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-\gamma \cdot \theta_{rot} \cdot \sin(\theta_M)}{r_M} - \frac{C \cdot \overline{\theta_{rot}} \cdot \sin(\theta_M)}{r_M} \\ \frac{-\gamma \cdot \theta_{rot} \cdot \cos(\theta_M)}{r_M} - \frac{C \cdot \overline{\theta_{rot}} \cdot \cos(\theta_M)}{r_M} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Cette force se traduit par la mise en place d'une accélération $\vec{A}(M)$ s'écrivant de la forme suivante :

$$\vec{A}(M) = \vec{A}_t(M) + \vec{A}_r(M) \quad (9)$$

$$\vec{A}(M) = \frac{1}{\rho_{solid} \cdot V_{solid}} \cdot \begin{bmatrix} -k_x \cdot \delta_x - c_x \cdot \overline{V}_x \\ -k_y \cdot \delta_y - c_y \cdot \overline{V}_y \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\rho_{solid} \cdot V_{solid}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-\gamma \cdot \theta_{rot} \cdot \sin(\theta_M)}{r_M} - \frac{C \cdot \overline{\theta_{rot}} \cdot \sin(\theta_M)}{r_M} \\ \frac{-\gamma \cdot \theta_{rot} \cdot \cos(\theta_M)}{r_M} - \frac{C \cdot \overline{\theta_{rot}} \cdot \cos(\theta_M)}{r_M} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.4. Contrainte du mouvement de la phase rigidifiée

La phase rigidifiée étant assimilable à un solide rigide, son déplacement répond aux lois de la cinématique des solide indéformable, il ne peut donc se déplacer qu'en translation et/ou en rotation. La contrainte du mouvement du solide (de la phase fluide rigidifiée) est réalisée par la mise en place d'une contrainte cinématique.

Pour imposer un mouvement de translation, nous créons un axe de translation horizontal en pénalisant la vitesse verticale ($v(y) = 0$) en deux points. L'axe formé par ces deux points est l'axe de translation du solide. La pénalisation de la viscosité va ensuite "propager" la contrainte en translation à l'ensemble du bloc.

Afin de forcer le solide à se mouvoir en rotation il suffit de figer un point M du solide en lui imposant des vitesses verticale et horizontale nulles ($v_M(x) = v_M(y) = 0$), la pénalisation de la viscosité fait le reste. Le point M ainsi pénalisé est le centre de rotation du solide.

2.5. Génération de la houle

Un fonction du code THETIS permet de prendre en compte un terme source local $S(x, y, t)$ dans l'équation de conservation de la masse [LIN 99] :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = S(x, y, t) \quad (11)$$

Ce terme, contrôlant l'apport et le retrait de masse dans le milieu, permet la production de différents types d'onde de surface (houles linéaires, houles de Stokes jusqu'à l'ordre 5, ondes cnoïdales et ondes solitaires). Cette méthodologie est utilisée dans l'exemple présenté dans cet article.

2.6. Validations effectuées

Différents cas de validation nous ont permis de valider la méthode développée. Le premier cas de validation, celui de la chute libre d'une sphère dans un fluide visqueux, nous a permis de montrer que le modèle numérique THETIS était capable de reproduire avec précision les efforts du fluide environnant sur le solide rigidifié pour de faibles Reynolds. L'étude du phénomène à Reynolds élevés est en cours de validation.

Concernant l'intégration fluide-structure avec efforts extérieurs, étant donné la complexité des phénomènes étudiés, il nous a semblé important de réaliser une validation poussée du modèle numérique en le comparant avec un cas théorique et expérimental précis d'interaction entre une structure mobile soumise à des efforts extérieurs de rappel et d'amortissement partiellement immergée dans un fluide à surface libre. Aussi nous avons développé notre propre expérience à l'échelle du laboratoire. Nous avons souhaité collaborer avec la professeur Marcela CRUCHAGA (DIMEC, USACH, Chili) afin de réaliser cette expérience étant donné son expérience dans le domaine. Les programmes ECOS (France) et CONICYT (Chili), destinés à appuyer des projets d'excellence en matière de

collaboration scientifique entre ces deux pays, nous ont permis de mener à bien ce projet de partenariat en finançant les échanges entre les chercheurs durant trois années.

3. Étude d'un systèmes de récupération de l'énergie de la houle

3.1. Généralités

Les sources d'énergies marines de type hydraulique proviennent de la houle, des marées et des courants ; les systèmes récupérant l'énergie de la houle sont dits houlomoteurs.

Les systèmes houlomoteurs sont en général classés en trois catégories :

- Les systèmes à colonnes d'eau oscillante
- Les systèmes oscillants flottants ou non
- Les système de franchissement

Dans cette étude nous nous intéressons à un système oscillant non flottant de type waveroller (voir figure 1).

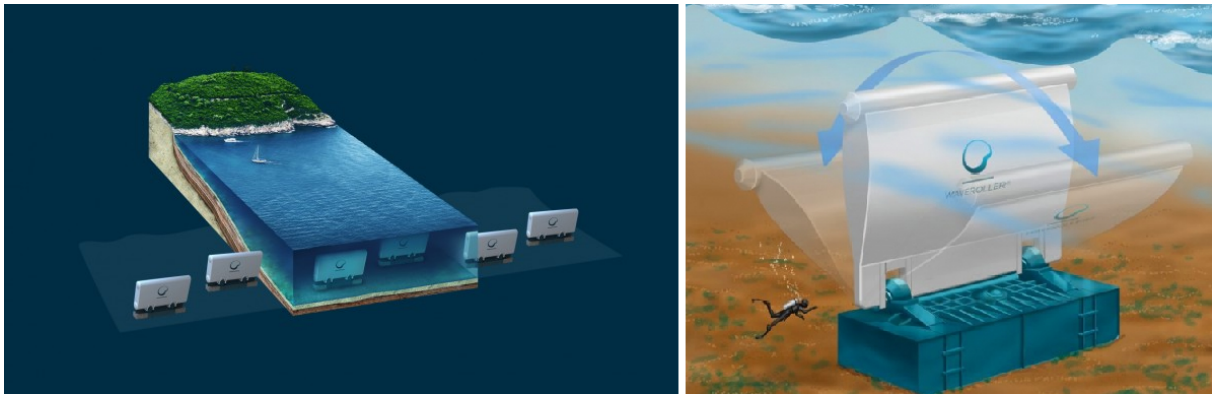


Figure 1. Champ de waveroller aux abords de la côte (à droite), Zoom sur un système waveroller (à gauche)

3.2. Présentation du cas étudié

Dans le cadre du programme EMACOP, nous réalisons l'étude 2D d'un batteur de type waveroller placé en amont d'un ouvrage réfléchissant (voir figure 2). L'objectif de notre étude est de réaliser l'étude 2D du rendement sur un état de mer particulier et de la survivabilité pour un état de mer extrême à définir.

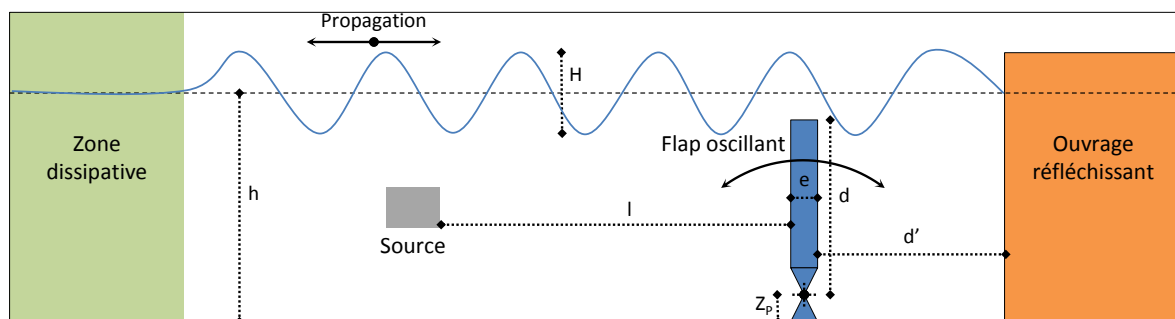


Figure 2. Configuration du cas-test envisagé pour le dispositif D2 en mer

Pour modéliser le batteur nous utiliserons notre technique de pénalisation basée sur la viscosité. En imposant une viscosité très forte dans la zone du solide, nous rigidifions artificiellement le fluide, obtenant ainsi un comportement de solide indéformable, tout en permettant une résolution totalement implicite à l'aide des équations

de Navier-Stokes, du principe fondamental de la dynamique sur le solide. Les efforts du système d'extraction (i.e., Power Take Off) sont modélisés à l'aide de forces volumiques introduites directement dans les équations de Navier-Stokes. Ces efforts peuvent être de type rappel et/ou amortissement, dans notre étude nous mettons en place uniquement un amortissement C . Le tableau 1 ci-dessous regroupe les caractéristiques géométriques du système étudié.

Tableau 1. Caractéristiques géométrique du système étudié.

Caractéristiques géométriques du système étudié		
Profondeur d'eau	h	0.2 m
Hauteur crête à creux	H	0.02 m
Distance Flap/Ouvrage	d'	0.41 m
Distance Flap/Source	l	3.5 m
Hauteur du Flap	d	0.14 m
Épaisseur du Flap	h	0.03 m
Position de l'axe de rotation	Z_P	0.03 m

D'un point de vue hydraulique, l'écoulement étudié est un écoulement à régime turbulent ($Re = 1.16 * 10^5$). Le nombre de Reynolds est calculé de la façon suivante : $Re = \frac{v.d}{\nu}$ avec v la vitesse orbitale horizontale maximale au niveau de la surface libre, d la hauteur du flap et ν la viscosité cinématique de l'eau. Les ondes de surface générées correspondent à une houle de Stokes d'ordre 2 ([LEM 72], $\frac{d}{g.T^2} = 0.02$ et $\frac{H}{g.T^2} = 0.002$).

4. Résultats préliminaires et perspectives

Les premiers résultats de l'étude menée sont présentés ci-après.

La figure 3 montre la réponse du batteur à l'excitation de la houle en fonction de l'amortissement mis en place ainsi que le puissance instantané récupéré par le système houlomoteur.

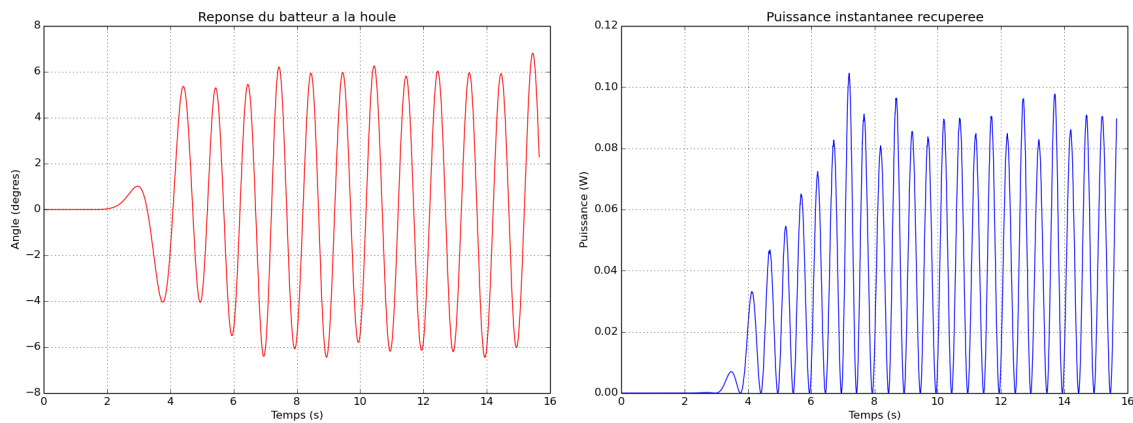


Figure 3. Réponse du batteur à l'excitation de la houle (à gauche) et puissance instantanée récupérée par le batteur (à droite)

Le rendement du système est calculé dans la formule 12 par un rapport entre l'énergie récupérée et l'énergie disponible. L'énergie disponible au dénominateur est l'énergie totale dans une longueur d'onde par mètre de largeur de crête. La réponse du batteur nous permet de calculer la puissance instantanée récupérée par le système houlomoteur ($P_{instantanee} = C.\dot{\theta}^2$).

$$\mu = \frac{E_{récupérée}}{E_{disponible}} = \frac{\int_0^T C.\dot{\theta}^2 dt}{\frac{1}{8}.\rho.g.H^2.L} = 0.05 \quad (12)$$

Le système étudié a un rendement très faible ($\mu = 5\%$) alors que les batteurs oscillants sont réputés être des systèmes avec les meilleurs rendements, ceci est dû au fait que les caractéristiques du système étudié ont été choisies de façon arbitraire dans un premier temps. Nous envisageons maintenant une étude paramétrique du système en faisant varier la valeur de l'amortissement ainsi que la fréquence de la houle. La fréquence de la houle joue un rôle primordial dans le rendement de tels systèmes. En effet, pour un même système houlomoteur, le rendement peut varier de 0 à 50% et ce uniquement en fonction de la fréquence de la houle.

Nous souhaitons également étudier l'effet de la génération de tourbillons par les bords du système sur le rendement de notre système.

5. Conclusion

Nous avons proposé l'étude d'un système houlomoteur réalisée à l'aide de la méthode numérique originale présentée ci-dessus. Cette étude a permis de calculer du rendement d'un système houlomoteur sans couplage de modèles, uniquement par la résolution des équations de Navier-Stokes. Nous souhaitons maintenant poursuivre et approfondir l'étude afin d'étudier la turbulence induite par l'interaction entre le batteur et la houle.

6. Remerciements

Ce travail a reçu le soutien financier du programme national EMACOP. Il est également effectué dans le cadre du programme d'échange ECOS-SUD (et CONICYT) avec le Chili.

7. Bibliographie

- [CRU 08] CRUCHAGA M. A., MUÑOZ C. M., CELENTANO D. J., « Simulation and experimental validation of the motion of immersed rigid bodies in viscous flows », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 197, n° 33, p. 2823–2835, Elsevier, 2008.
- [FOR 82] FORTIN M., GLOWINSKI R., « Méthodes de lagrangien augmenté. Application à la résolution numérique de problèmes aux limites », *Collection Méthodes Mathématiques de l'Informatique*. Dunod, 1982.
- [GLO 99] GLOWINSKI R., PAN T.-W., HESLA T. I., JOSEPH D. D., « A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows », *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 25, n° 5, p. 755–794, Elsevier, 1999.
- [LEG 06] LEGAY A., CHESSA J., BELYTSCHKO T., « An Eulerian–Lagrangian method for fluid–structure interaction based on level sets », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n° 17, p. 2070–2087, Elsevier, 2006.
- [LEM 72] LE MÉHAUTÉ B., « Progressive wave absorber », *Journal of Hydraulic Research*, vol. 10, n° 2, p. 153–169, Taylor & Francis, 1972.
- [LIN 99] LIN P., LIU P. L.-F., « Internal wave-maker for Navier-Stokes equations models », *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, vol. 125, n° 4, p. 207–215, American Society of Civil Engineers, 1999.
- [PAT 80] PATANKAR S., *Numerical heat transfer and fluid flow*, CRC Press, 1980.
- [RID 98] RIDER W. J., KOTHE D. B., « Reconstructing volume tracking », *Journal of computational physics*, vol. 141, n° 2, p. 112–152, Elsevier, 1998.